4. ÜNİTE : İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER

a, b, c ∈ R ve a ≠ 0 olmak üzere,

$ax^2 + bx + c = 0$ şeklindeki eşitliklere **ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem** denir.
***** Denklemi sağlayan x gerçek (reel) sayılarına **denklemin kökleri** denir.
*****Köklerin oluşturduğu kümeye **çözüm kümesi (doğruluk kümesi)** denir.
*****Kökler denklemi sağlar.

Çarpanlara Ayırma Yöntemi İle Kök Bulma

Çarpanlara Ayırma Yöntemi

$ax^2 + bx + c = 0$ denklemi f(x) . g(x) = 0 şeklinde yazılabiliyorsa f(x) = 0 veya g(x) = 0 dır.

$x^2 + 5x + 6 = 0$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

ÇÖZÜM:

$x^2 + 5x + 6 = 0$		⇒	$(x + 2) . (x + 3) = 0$	
↓	↓		$x + 2 = 0$	$x + 3 = 0$
x	2		$x = -2$	$x = -3$ tür.
x	3			

O hâlde, verilen denklemin çözüm kümesi;

{−3, −2} şeklinde bulunur.

Δ (Delta) ile Kök Bulma

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin diskriminantı (delta) $\Delta = b^2 - 4ac$ ‘dir.

Δ> 0 ise denklemin farklı iki gerçek (reel) kökü vardır.

Bu kökler $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ $x2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ dır.
Δ= 0 ise denklemin birbirine eşit (çakışık , çift katlı) iki gerçek (reel) kökü vardır.

Bu kökler $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$ dır.

Δ< 0 ise denklemin gerçek(reel) kökü yoktur.

Karmaşık Sayılar

Karmaşık Sayı Tanımı

a, b birer gerçel(reel) sayı olmak üzere z= a+bi biçimindeki bir sayıya **karmaşık sayı** denir.
z = a + bi karmaşık sayısında a’ya **z karmaşık sayısının reel kısmı** denir ve **Re(z)** ile gösterilir, b’ye de z **karmaşık sayısının sanal (imajiner) kısmı** denir ve **Im(z)** ile gösterilir.
a, b, c, d birer reel sayı olmak üzere; z1 = a + bi ve z2 = c + di iken z1 = z2 ise a = c ve b = d’dir.

a ve b reel sayılar olmak üzere, a + bi şeklindeki bir **karmaşık sayının eşleniği** a – bi’dir.

Kökleri Karmaşık Olan Denklemler

Δ≠ 0 ise denklemin farklı iki gerçek (reel) kökü vardır.

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin diskriminantı sıfırdan küçük olduğunda (Δ< 0) karmaşık (sanal) kökleri vardır.

Bu kökler $x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ $x2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ dır.

Karmaşık Sayılarda i'nin Kuvvetleri

$i^0 = 1$

$i^1 = \sqrt{-1}$

$i^2 = -1$

$i^3 = i^2 \cdot i = (-1) \cdot i = -i$

$i^4 = i^2 \cdot i^2 = (-1) \cdot (-1) = 1$

$i^5 = i^4 \cdot i = (1) \cdot i = i$

$i^6 = i^5 \cdot i = (i) \cdot i = i^2 = -1$

$i^7 = i^6 \cdot i = (-1) \cdot i = -i$

$i^8 = i^7 \cdot i = (-i) \cdot i = -i^2 = (-1) \cdot (-1) = 1$

$i^{4n}=(i^4)^n=1^n=1$ **$i^{4n+1}=i^{4n}.i^1=1 .i=i$**
$i^{4n+2}=i^{4n}.i^2=1.-1=-1$ **$i^{4n+3}=i^{4n}.i^3=(-1).(-1)=1$**

Karmaşık Sayılarda Dört İşlem

Toplama ve Çıkarma İşlemi

Toplama ve çıkarmada bir zorluk yok, reel kısımları ayrı, sanal kısımları ayrı topluyoruz ya da çıkarıyoruz.

$z_1 = a + bi$ ve $z_2 = c + di$ karmaşık sayıları verilsin.

$z_1 + z_2 = a + bi + c + di$

$z_1 + z_2 = (a + c) + (b + d)$ i karmaşık sayısına z_1 ile z_2 karmaşık sayılarının toplamı denir.

$z_1 - z_2 = a + bi - c - di$

$z_1 - z_2 = (a - c) + i(b - d)$ ile gösterilir.

Karmaşık Sayılarda Çarpma İşlemi

Karmaşık sayılarda çarpma yapılırken dağılma özelliği kullanılır.

Örnek 1:

$-4(13+5i)$ karmaşık sayısının sonucunu bulalım.

Çözüm:

$$-4(13+5i) = -4(13) + (-4)(5i)$$

$$= -52 - 20i$$

Örnek 2:

$(1+4i)(5+i)$ sayılarının çarpımı nedir?

Çözüm:

$$(1+4i)(5+i) = (1)(5) + (1)(i) + (4i)(5) + (4i)(i)$$

$$= 5 + i + 20i + 4i^2$$

$$= 5 + 21i + 4i^2$$

Karmaşık Sayılarda Bölme İşlemi

Karmaşık sayılarla bölme işlemi yapılırken, iki karmaşık sayının birbirine bölümü elde edilmeye çalışılmaktadır. Bölme işlemi yapılırken ters elemandan yardım alınmaktadır. İki karmaşık sayının bölümü, bölenin tersi ile bölünenin çarpımına eşit olduğu bilinmektedir.

Örnek 1:

$$\frac{2+3i}{4} = \frac{2}{4} + \frac{3}{4}i$$

$$= 0,5 + 0,75i$$

Örnek 2:

$$\frac{20-4i}{3+2i}$$

$$= \frac{20-4i}{3+2i} \cdot \frac{3-2i}{3-2i} = \frac{(20-4i)(3-2i)}{(3+2i)(3-2i)} = \frac{52-52i}{13}$$

$$= 4-4i$$