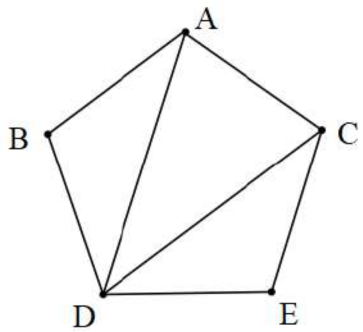
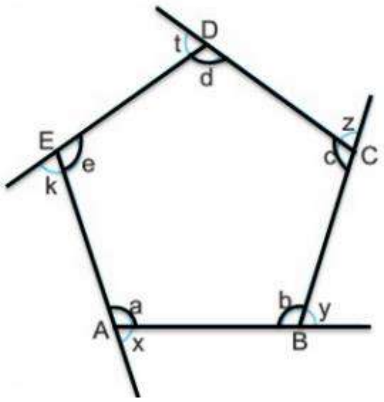
5. ÜNİTE : DÖRTGENLER VE ÇOKGENLER

Çokgenler

Düzlemde herhangi üçü doğrusal olmayan üç ya da daha fazla noktanın ikişer ikişer birleştirilmesiyle beraber oluşan kapalı geometrik şekillere çokgen denilmektedir.



Şekildeki ABCDE çokgeninde A, B, C, D ve E noktalarına çokgenin köşeleri, [AB], [BC], [CD], [DE] ve [EA] doğru parçalarına çokgenin **kenar**ları denir. Çokgenin içine çizilen [DA] ve [DC] doğru parçalarına çokgenin **köşegen**leri denir.



Çokgenler kenar sayısına göre isimlendirilir. Üç kenarlı ise Üçgen, dört kenarlı ise dörtgen isimini alır. ABCDE çokgeni beş kenarlı olduğundan beşgendir. Beşgenin 5 tane iç açısı, 5 tane de dış açısı vardır.

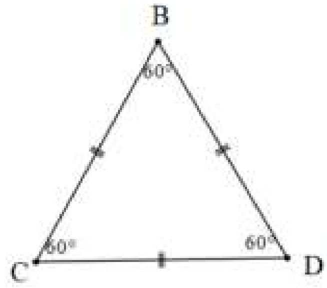
Kenar sayısı n olan bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı (n – 2). 180º formülüyle bulunur.

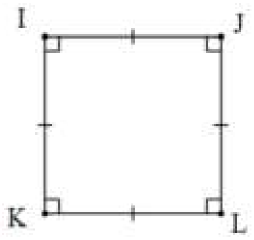
Örnek:

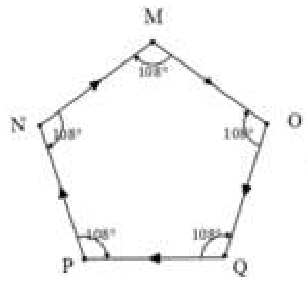
5 kenarlı bir çokgenin iç açılar toplamı (5 – 2).180° = 540°
6 kenaı1ı bir çokgenin iç açılar toplamı (6 – 2).180° = 720° ve
7 kenarlı bir çokgenin iç açılar toplamı (7 – 2).180° = 900° dir.
Dış açılar toplamı ise 3600 dir. Dış açılar toplamı kenar sayısına bağlı değildir.

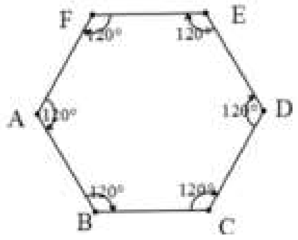
Düzgün Çokgen

Tüm kenarları ve tüm iç açıları eş olan dış bükey çokgene düzgün çokgen denir.









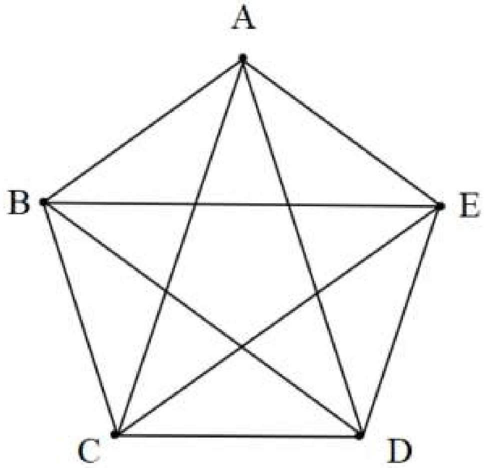
n kenarlı bir çokgende;

bir dış açısı ölçüsü: $\frac{360°}{n}$,

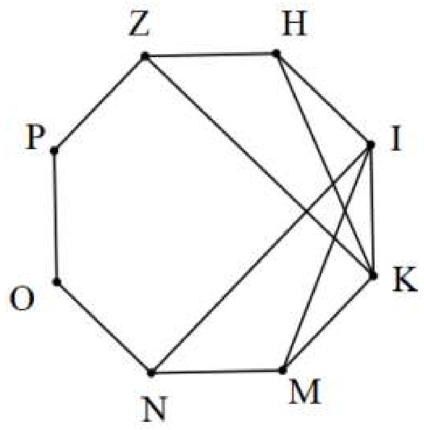
bir iç açısı: $\frac{(n-2).180°}{n}$ veya $180° - \frac{360°}{n}$ formülleri ile bulunur.

Düzgün Çokgenlerin Özellikleri

1. Bir düzgün çokgende sabit bir köşeden aynı sayıda kenar atlanarak çizilen köşegenlerin uzunlukları eşittir.



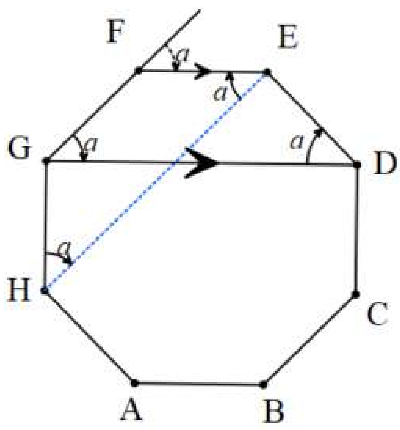
Düzgün beşgenin bütün köşegenleri aynı uzunluktadır.



Düzgün sekizgende |NI|=|ZK|… ; |MI|=|HK|….

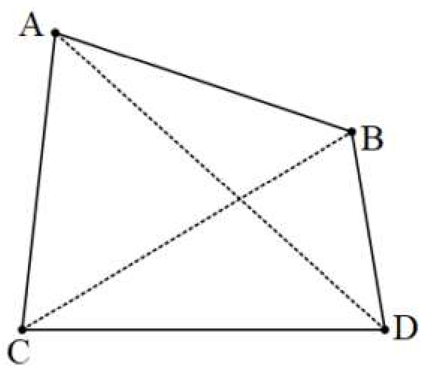
2.

3.

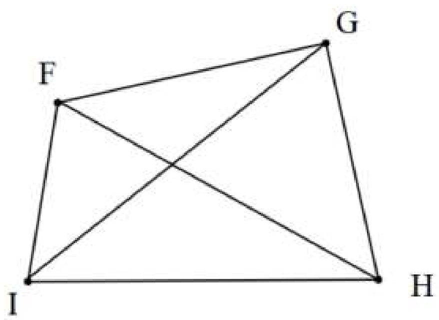


Dörtgenler ve Özellikleri

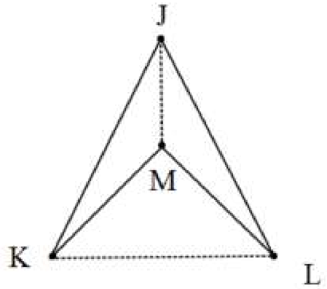
Herhangi üçü doğrusal olmayan A, B, C, D noktalarını birleştiren [AB], [BC], [CD] ve [DA] doğru parçalarının birleşiminden oluşan kapalı şekle dörtgen denir.



Şekildeki A, B, C, D noktalarına dörtgenin köşeleri, [AB], [BD], [DC] ve [AC] doğru parçalarına **dörtgenin kenarları** denir. Birer köşesi ortak olan kenarlara komşu kenarlar, ortak köşesi olmayan kenarlara ise karşı kenarlar denir. [AD] ve [BC] doğru parçalarına **dörtgenin köşegenleri** denir.



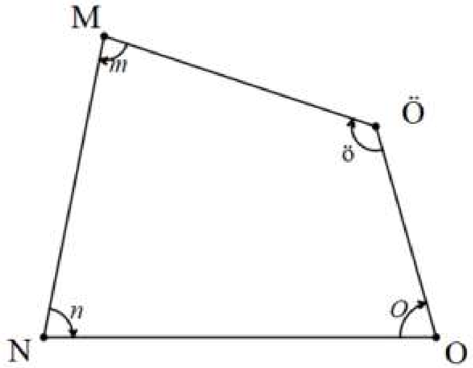
FGHI dışbükey dörtgen



JKLM içbükey dörtgen

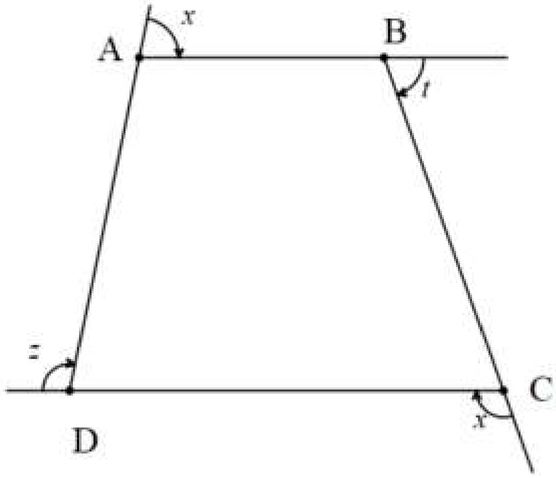
Dörtgende Açı Özellikleri

1. Dörtgenlerin iç açıları toplamı 360º'dir.

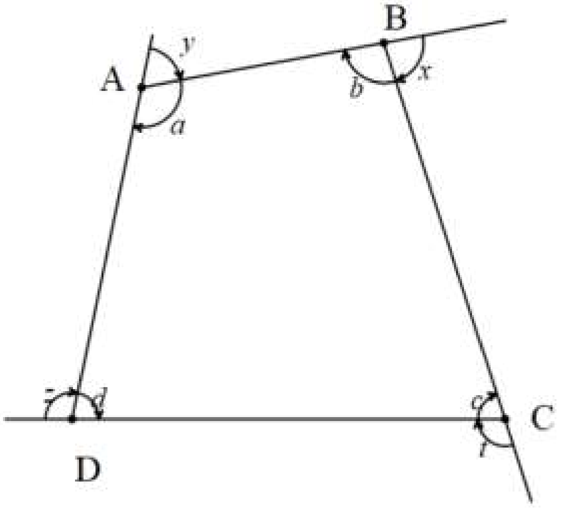


k+m+o+ö=360

2. Dörtgenlerin dış açıları toplamı 360º'dir.

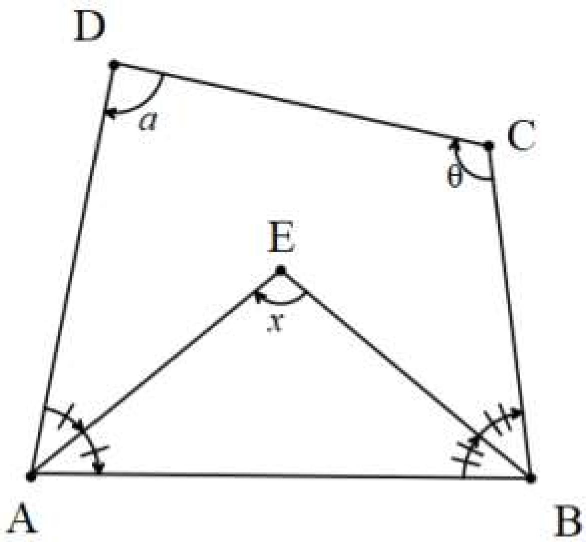


3. a, b, c, d iç açılar ve x, y, z, t dış açılar olmak üzere,



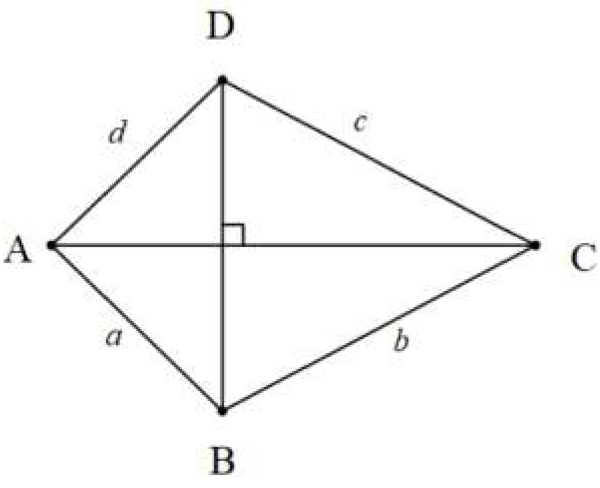
a + c = y + t
b + d = x + z dir.

4. ABCD dörtgeninde [AE] ve [BE]açıortay ise



$$m(\widehat{AEB}) = \frac{m(\widehat{D}) + m(\widehat{E})}{2} = \frac{a+\theta}{2}$$

Dörtgenlerde Uzunluk



ABCD dörtgeninde [AC] ve[DB] ise

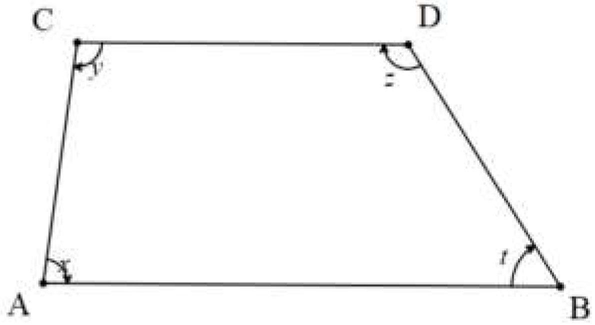
$a^2+c^2=d^2+b^2$

Özel Dörtgenler

Yamuk ve Özellikleri – Yamuğun Alanı

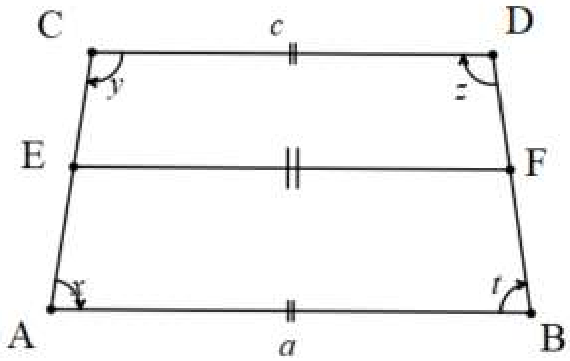
Karşılıklı iki kenarı paralel olan dörtgene **yamuk** denir.

1. [AB]//[DC] olduğundan ABCD bir yamuktur.



2. Yamukta paralelkenarlar arasında kalan iki açı bütünlerdir.

x+y=180º'dir ve z+t=180º

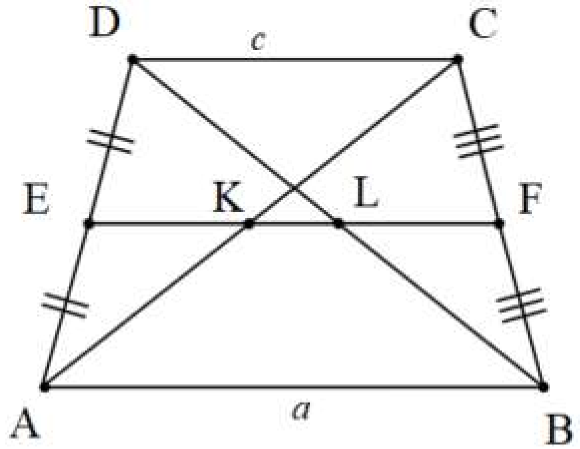


[AB]//[DC]//[EF]

[EF] orta taban

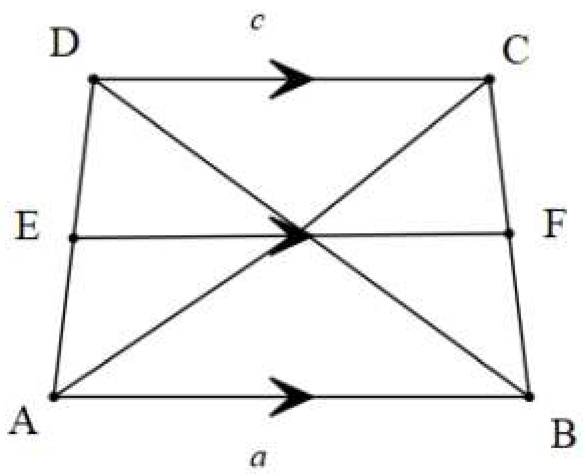
$$|EF| = \frac{a+c}{2}$$

3. [AB]//[DC]//[EF] , [EF] orta taban



$$|KL| = \frac{a-c}{2}$$

4. [AB]//[DC]//[EF]

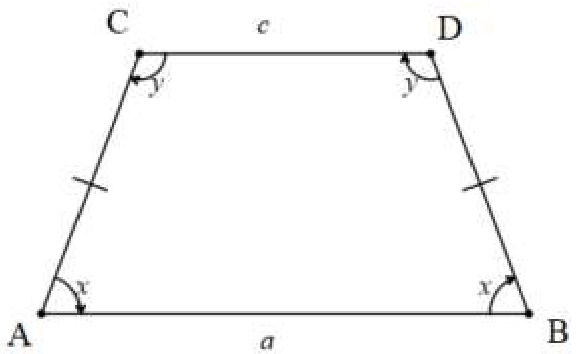


$$|EF| = \frac{2ac}{a+c}$$

İkizkenar Yamuk ve Özellikleri

Yan kenar uzunlukları birbirine eşit olan yamuğa ikizkenar yamuk denir.

ABCD ikizkenar yamuk



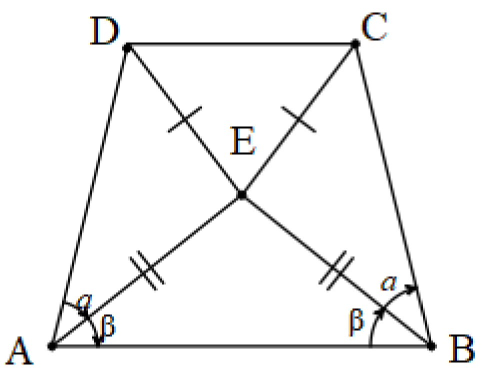
$m(\hat{A}) = m(\hat{B}) = x$

$m(\hat{C}) = m(D) = y$

$x + y = 180°$

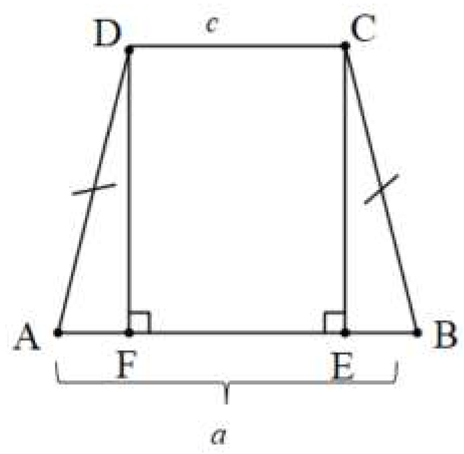
$|AD| = |BC|$

İkizkenar yamuğun köşegen uzunlukları birbirine eşittir.



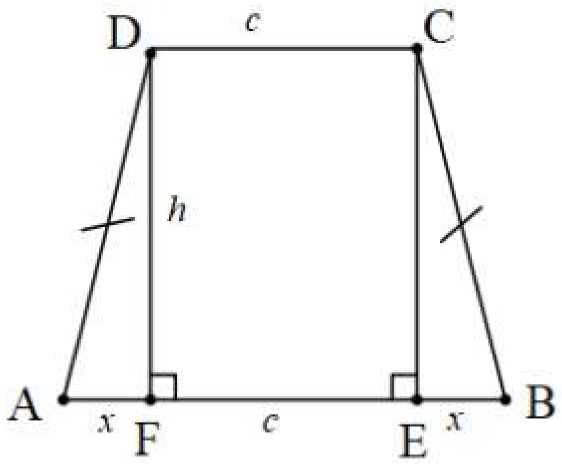
$|AD| = |BC|, \quad |DE| = |EC|$

$$h = \frac{a+c}{2}$$



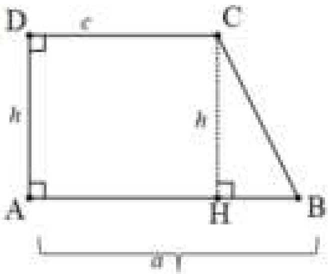
$|AF| = |EB| = \dfrac{a-c}{2}$

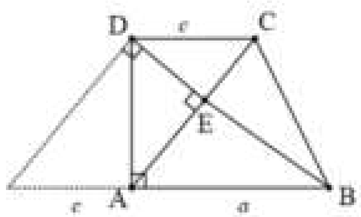
$|AE| = |BF| = \dfrac{a+c}{2}$



A(ABCD)=h.(c+x)

Dik Yamuk ve Özellikleri





ABCD dik yamuk

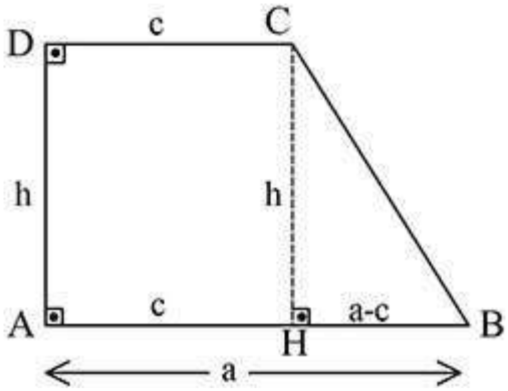
$|AF| = |EB| = \frac{a-c}{2}$

$|AE| = |BF| = \frac{a+c}{2}$

ABCD dik yamuğunda köşegenler dik ise

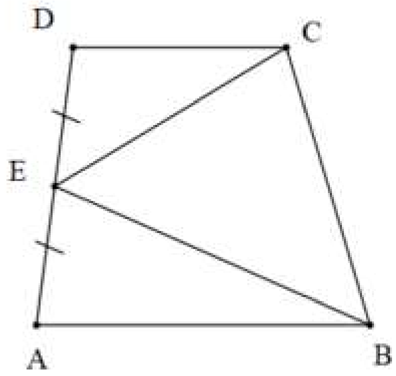
$h^2 = a.c$ (Öklid teoreminden)

Yamuğun Alanı



ABCD yamuk

$A(ABCD) = \left(\frac{a+c}{2}\right).h$



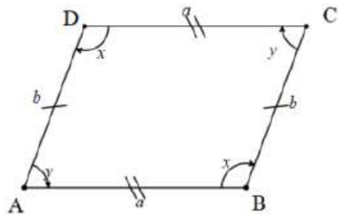
ABCD yamuk

$|AE| = |ED|$

A(BEC)= $= \frac{A(ABCD)}{2}$

Paralelkenar ve Özellikleri – Paralelkenarın Alanı

Karşılıklı kenarları birbirine paralel ve eş olan dörtgenlere **paralelkenar** denir.



[AD]//[BC]

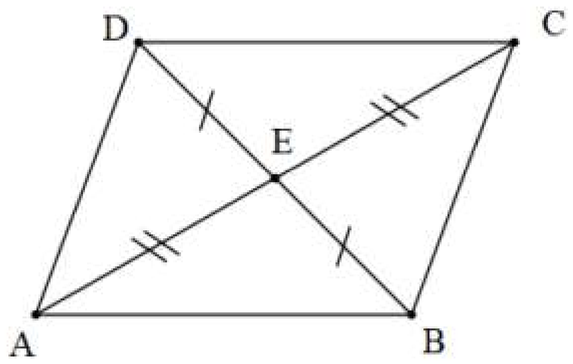
[AB]//[DC]

$m(\hat{A}) = m(\hat{C}) = x$

$m(\hat{B}) = m(\hat{D}) = y$

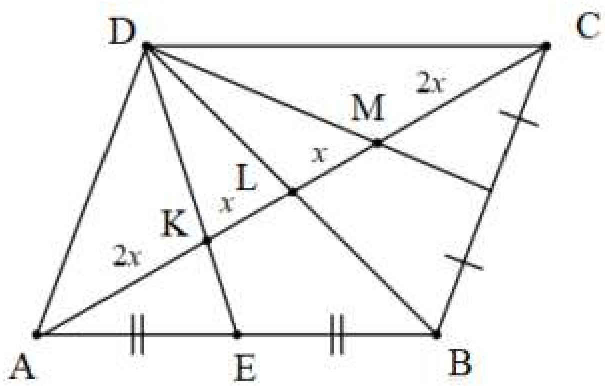
$x + y = 180°$

Paralel kenarda köşegenler birbirini ortalar.



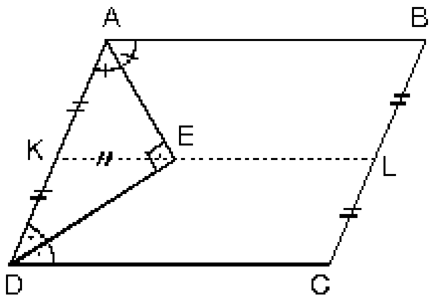
|AE|=|EC|
|DE|=|EB|

ABCD paralelkenarında



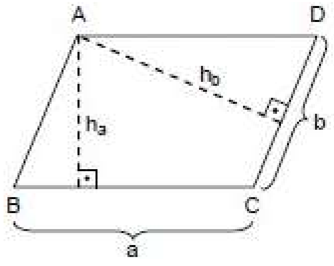
|AE|=|EB|, |DE|=|EB|
[AC] ve [AB] köşegen

|AK|=|MC|=|KM|= 2x
|KL|=|LM|=x
E noktasından [AB] ve [DC] kenarlarına çizilen paralel AED dik üçgeninde hipotenüse ait kenarortayın uzantısıdır.

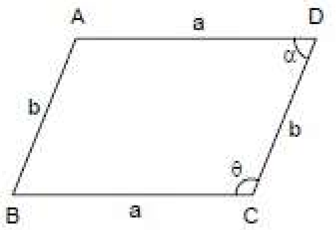


[AB] // [KL] // [DC]
|AK| = |KD| = |KE|
|BL| = |LC|

Paralelkenarın Alanı



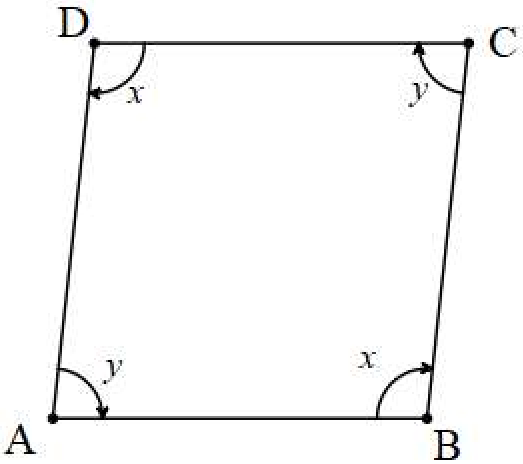
$A(ABCD) = a \cdot h_a = b \cdot h_b$



$A(ABCD) = a \cdot b \sin\alpha = a \cdot b \cdot \sin\theta$

Eşkenar Dörtgen ve Özellikleri – Eşkenar Dörtgenin Alanı

Kenar uzunlukları birbirine eşit olan paralelkenara **eşkenar dörtgen** denir.



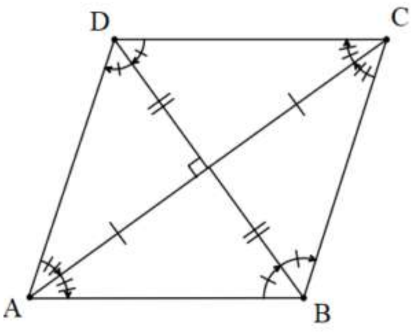
[AD]//[BC]

[AB]//[DC]

$m(\hat{A}) = m(\hat{C}) = x$

$m(\hat{B}) = m(\hat{D}) = y$

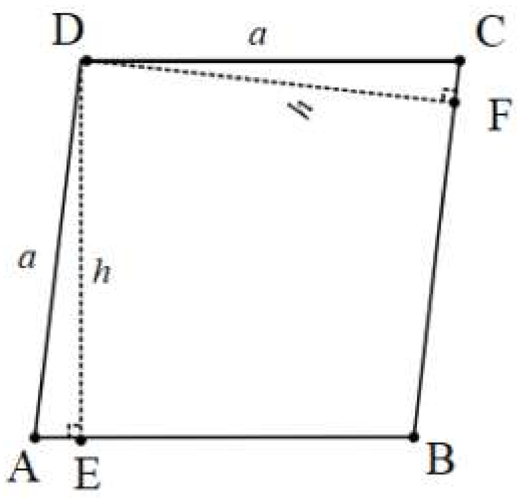
$x + y = 180°$



ABCD bir eşkenar dörtgen

Köşegenleri açıortaydır, köşegenleri birbirini ortalar, köşegenleri dik kesişir. Paralelkenarın bütün özelliklerini taşır.

Eşkenar Dörtgenin Alanı

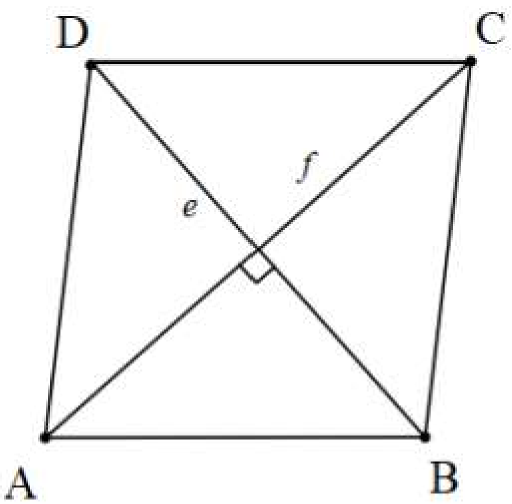


ABCD eşkenar dörtgen

|AD| = |DC|=a br

|DE| = |DF|=h br

Alan(ABCD)= a.h



ABCD bir eşkenar dörtgen

[AC] ve[DB] köşegen

[AC] ⊥ [DB]

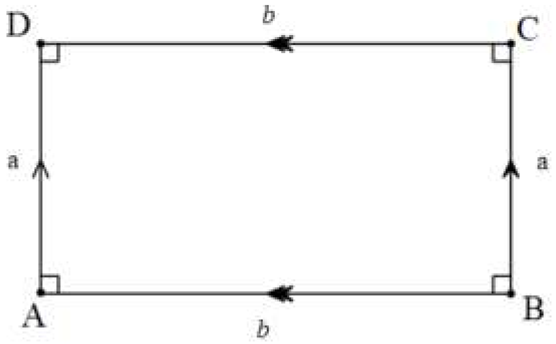
|BD|=e

|AC|=f

$$Alan\ (ABCD) = \frac{e.f}{2}$$

Dikdörtgen ve Özellikleri – Dikdörtgenin Alanı

Karşılıklı kenarları birbirine eşit ve açıları 90º olan dörtgenlere **dikdörtgen** denir.



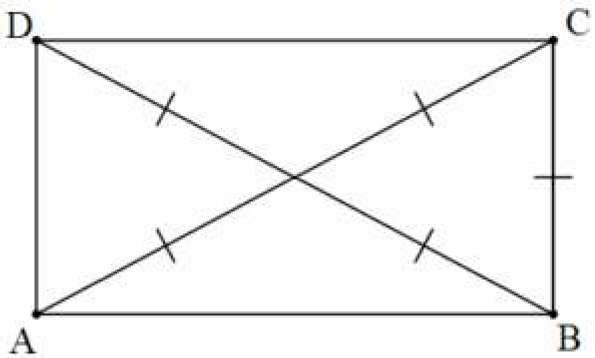
ABCD dikdörtgen

|AB|=|DC|=b br

|AD|=|BC|= a br

Ç(ABCD)= 2(a+b)

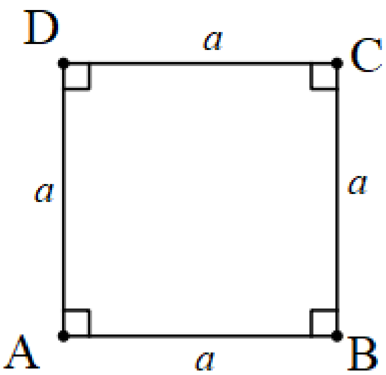
A(ABCD)=a.b



ABCD dikdörtgen [AC] ve[BD] köşegen

Köşegenler birbirini ortalar.
Köşegen uzunlukları eşittir.
|AC|=|BD|

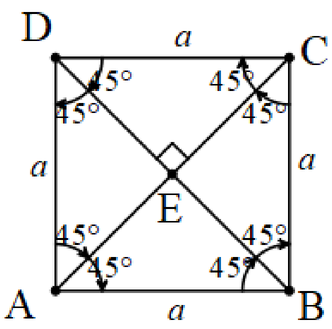
Kare ve Özellikleri – Karenin Alanı
Dört kenarı ve iç açılarının her biri 90º olan dörtgene **kare** denir.
ABCD kare



|AB|=|BC|=|AD|=|DC|=a birim

$$m(\hat{A}) = m(\hat{C}) = m(\hat{B}) = m(\hat{D}) = 90^\circ$$

Ç(ABCD)=4a



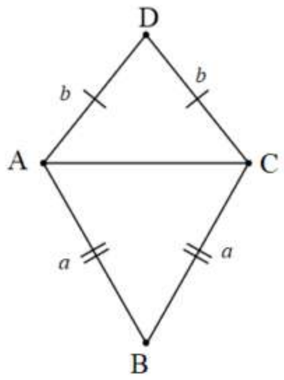
ABCD kare

[AC] ve [BD] köşegen

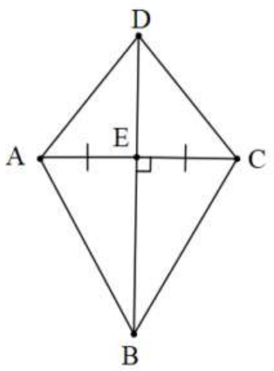
Köşegenler birbirini dik ortalar.
Köşegenler birbirine eşittir.
Köşegenler açıortaydır.

Deltoid ve Özellikleri

İki kizkenar üçgenin tabanlarının birleşmesiyle oluşan dörtgene **deltoid** denir.
ABCD deltoid



ADC ve ABC ikizkenar üçgen
|AD|=|DC|=a
|AB|=|DC|=b
Ç(ABCD)=2(a+b)



ABCD deltoid

[AC] ve [BD] köşegen

[AC] ⊥ [BD]

|AE|=|CE|

$$m(\widehat{DAB}) = m(\widehat{DCB})$$