

TRİGONOMETRİ – 1

YÖNLÜ AÇILAR VE YAYLAR

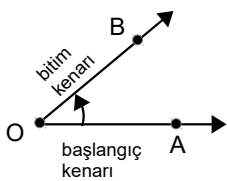
AÇI

Başlangıç noktaları ortak olan iki ışının birleşim kümesine **açı** ; bu ışınlara **açının kenarları (kolları)** ; başlangıç noktasına ise **açının köşesi** denir.

$$[OB \cup [OA = \widehat{AOB}$$

Açıyı kenarlarının yazılış sırasına göre iki değişik biçimde okuyarak yönlendiririz

1. POZİTİF YÖNDE YÖNLENDİRİLMİŞ AÇI:

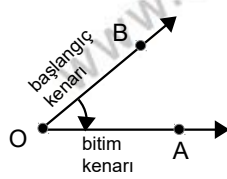


Başlangıç kenarından bitim kenarına saatin dönme yönünün tersi takip edilerek ulaşıyorsa bu açığa pozitif yönde

yönlendirilmiş açı denir.

$\widehat{AOB}$ 'nın yönü pozitifdir.

2. NEGATİF YÖNDE YÖNLENDİRİLMİŞ AÇI:

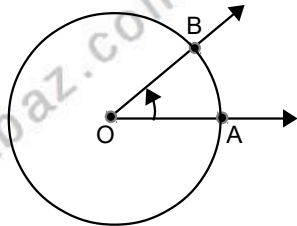


Başlangıç kenarından bitim kenarına saatin dönme yönü takip edilerek ulaşıyorsa bu açığa negatif yönde yönlendirilmiş açı denir.

$\widehat{BOA}$ 'nın yönü negatiftir.

YÖNLÜ YAYLAR

O merkezli bir çember çizelim: AB yayının yönü olarak AOB açısının yönü alınır. Şekildeki AOB açısının yönü pozitif olduğundan AB yayının yönü pozitif olur. Burada, A noktası yay başlangıç, B ise yay bitim noktasıdır.



AÇI ÖLÇÜ BİRİMLERİ

Açıyı ölçmek demek açının kolları arasındaki açıklığı belirtmek demektir.

1) DERECE :

Bir çemberin çevresi 360 eş parçaya bölündüğü zaman bu eş yay parçalarından birini gören ; köşesi merkezde olan açının ölçüsüne 1 derece (1°) denir.

1° nin 60 ta birine 1 dakika ($1'$) denir.

$$1^\circ = 60'$$

$1'$ nin 60 ta birine 1 saniye ($1''$) denir.

$$1' = 60''$$

Bir açının ölçüsü a derece, b dakika ve c saniye ise bunu $a^\circ + b' + c''$ veya $a^\circ b' c''$ biçiminde gösteririz

SONUÇ

$$1^\circ = 60' = 3600''$$

Örnek...1 :

ölçüsü $4^\circ 12' 43''$ olan açının saniye cinsinden eşiti kaçtır

Örnek...2 :

$15873''$ lik açı kaç derece kaç dakika ve kaç saniyedir?

TRİGONOMETRİ – 1

YÖNLÜ AÇILAR VE YAYLAR

Örnek...3 :

Şıklarda verilen işlemleri yapınız.

a) $50^{\circ} 25' 30'' + 34^{\circ} 18' 6''$

b) $75^{\circ} 18' 21'' + 53^{\circ} 56' 52''$

c) $75^{\circ} 18' 21'' - 53^{\circ} 56' 52''$

Örnek...4 :

Bir ABC üçgeninde $m(A)=121^{\circ}58'1''$ ve $m(B)=16^{\circ}34'59''$ ise $m(C)$ kaçtır?

2) RADYAN :

Bir çemberde yarıçap uzunluğunda bir yayı gören merkez açının ölçüsüne 1 radyan denir. Böylece çember yayının uzunluğu 2π radyan dır.

Derece D, radyan R ile gösterilirse açı ölçü birimleri arasında

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \text{ orantısı vardır.}$$

Örnek...5 :

Ölçüsü 120° olan açığı radyan türünden bulunuz.

Örnek...6 :

Ölçüsü $\frac{\pi}{5}$ radyan olan açığı derece türünden bulunuz.

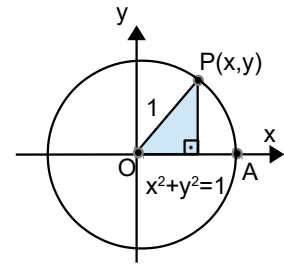
Örnek...7 :

Derece olarak verilmiş açıların radyan karşılıklarını yazınız

0°	30°	45°	90°	180°	270°

BİRİM ÇEMBER

Analitik düzlemde merkezi $O(0,0)$ noktası ve yarıçapı 1 birim olan çembere **birim çember** (trigonometrik çember) denir.



Örnek...8 :

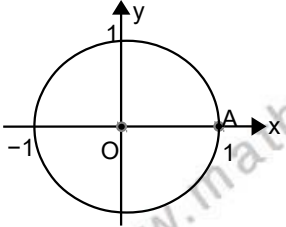
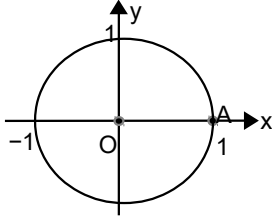
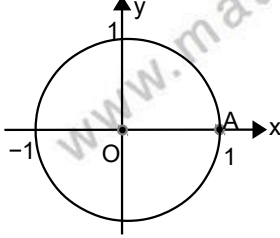
$L\left(\frac{1}{2}, k\right)$ noktası birim çember üzerinde ise k'nın alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

TRİGONOMETRİ – 1

YÖNLÜ AÇILAR VE YAYLAR

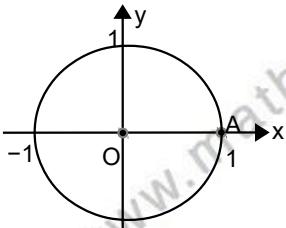
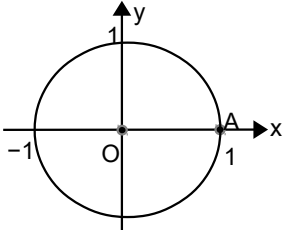
Örnek...9 :

Birim çemberde standart konuma yerleştirilmiş (yay başlangıç noktası (1,0) noktası ve dönme yönü pozitif yön) ölçüleri 120° , 480° ve -240° olan yayların bitim noktalarını işaretleyiniz.



Örnek...10 :

Birim çemberde $\frac{5\pi}{4}$, ve $-\frac{9\pi}{2}$ olan yayların bitim noktalarını işaretleyiniz.



AÇININ ESAS ÖLÇÜSÜ

Standart pozisyonda (köşesi orijin ve başlangıç kenarı Ox eksenini) verilmiş ve ölçüsü α olan açının birim çember üzerinde gördüğü yayın bitim noktası ile; standart pozisyonda ve ölçüsü $\alpha + k \cdot 360^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$) olan açının gördüğü yayın bitim noktası aynıdır.

ESAS ÖLÇÜ :

Bir açının ölçüsü derece olarak verilmişse $[0, 360)$ aralığındaki ; radyan olarak verilmişse $[0, 2\pi)$ aralığındaki değerine o açının **esas ölçüsü** denir.

SONUÇLAR

1. Açının esas ölçüsü negatif olamaz.
2. Açının esas ölçüsü bulunurken tam dönüşler çıkarılır.

Örnek...11 :

Aşağıda verilen açılarının esas ölçülerini bulunuz.

a) 1100°

b) 61400°

c) -80°

TRİGONOMETRİ – 1

YÖNLÜ AÇILAR VE YAYLAR

d) -7000°

e) $\frac{53\pi}{5}$

e) $\frac{-53\pi}{5}$

f) $\frac{-23\pi}{3}$

f) $\frac{-219\pi}{4}$

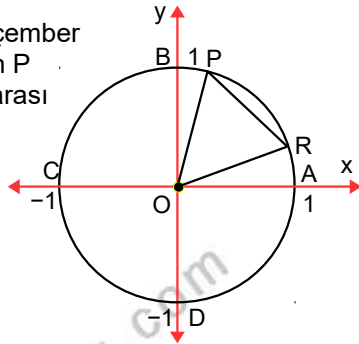
TRİGONOMETRİ – 1

YÖNLÜ AÇILAR VE YAYLAR

DEĞERLENDİRME

- 1) Ölçüsü -1220° olan açının esas ölçüsü kaç radyandır?

- 2) Yandaki birim çember üzerinde verilen P ve R noktaları arası uzaklık 1 birim olduğuna göre, $m(\widehat{POR})$ kaç derecedir?



- 3) Birim çember üzerindeki noktalardan, apsisi ordinatının 2 katı olan bir noktanın apsisi kaç olabilir?

- 4) $\frac{-70\pi}{6}$ radyanlık açının esas ölçüsü kaç radyandır?

- 5) Bir ABC üçgeninde $m(A)=101^\circ48'49''$ ve $m(B)=16^\circ34'52''$ ise $m(C)$ kaçtır?

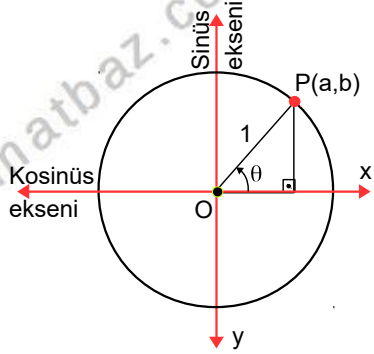
- 6) $m(\hat{A})=100^\circ50'39''$ olduğuna göre, $\frac{m(\hat{A})}{3}$ kaç derece, kaç dakika ve kaç saniyedir?

TRİGONOMETRİ – 2

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR BİR AÇININ KOSİNÜS VE SİNÜS DEĞERLERİ

Merkezi orijin ve yarıçapı 1 birim olan çembere birim çember denir. Standart pozisyonda (Köşesi orijinde, başlangıç kenarı x eksenine ve yönü pozitif yön olan açı) ve ölçüsü θ olan açının birim çember üzerinde yay bitim noktası $P(a,b)$ olsun:



A) $\cos(\theta)=a$ olarak tanımlanır.
 O_x eksenine kosinüs eksenine denir.

θ reel sayısını $\cos \theta$ ile eşleyen fonksiyona **kosinüs fonksiyonu** denir.

Kosinüs Fonksiyonu

$\cos : \mathbb{R} \rightarrow [-1,1]$

$\theta \rightarrow \cos \theta$

Burada $\cos \theta$ nin değer aralığı
 $-1 \leq \cos \theta \leq 1$ dir.

Ayrıca, $\cos(\theta + k \cdot 2\pi) = \cos \theta$ dir.

B) $\sin(\theta)=b$ olarak tanımlanır.
 O_y eksenine ise sinüs eksenine denir

θ reel sayısını $\sin \theta$ ile eşleyen fonksiyona **sinüs fonksiyonu** denir

Sinüs Fonksiyonu

$\sin : \mathbb{R} \rightarrow [-1,1]$

$\theta \rightarrow \sin \theta$

Burada $\sin \theta$ nin değer aralığı
 $-1 \leq \sin \theta \leq 1$ dir.

Ayrıca, $\sin(\theta + k \cdot 2\pi) = \sin \theta$ dir.

SONUÇ

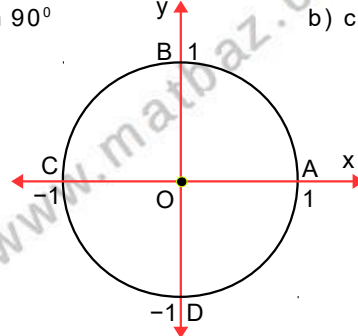
OKP dik üçgenin de $\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1$ dir.

Örnek...1 :

Birim çember kullanarak aşağıdaki ifadeleri hesaplayınız.

a) $\sin 90^\circ$

b) $\cos 180^\circ$



c) $\sin 225^\circ$

d) $\cos 330^\circ$

Örnek...2 :

$\frac{\sin^2 12 + \cos^2 12 - 1}{\sin 67 + \cos 34 \cdot \sin 41}$
işleminin sonucu kaçtır?

Örnek...3 :

$\frac{8 + \cos^2 x}{\sin x + 3} + \sin x + 2$
işleminin sonucu kaçtır?

Örnek...4 :

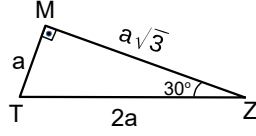
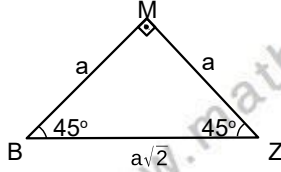
$a = \frac{13 + 5 \sin x}{3}$
ise a kaç farklı tam sayı değeri alır?

TRİGONOMETRİ – 2

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

Örnek...5 :

Değerleri üçgenleri kullanarak bulunuz



$$\cos 45 =$$

A) $\sin 45 =$

$$\tan 45 =$$

$$\cot 45 =$$

$$\cos 30 =$$

B) $\sin 30 =$

$$\tan 30 =$$

$$\cot 30 =$$

$$\cos 60 =$$

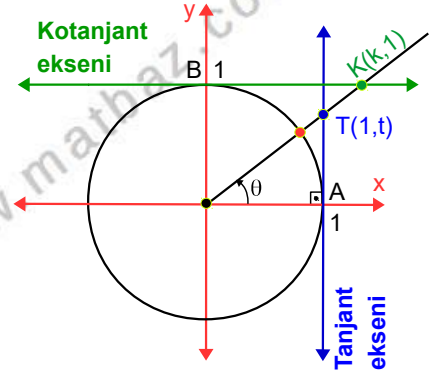
$$\sin 60 =$$

C) $\tan 60 =$

$$\cot 60 =$$

BİR AÇININ TANJANT VE KOTANJANT DEĞERLERİ

Birim çembere
A(1,0)



noktasından çizilen teğete **tanjant eksen**, B(0,1) noktasından çizilen teğete de **kotanjant eksen** denir.

Bir açının tanjant (kotanjant) değeri bulunurken şu adımlar izlenir :

Adım 1) Verilen açiya eşit olan pozitif yönlü standart biçimli yayın bitim noktası birim çemberde işaretlenir,

Adım 2) Yay bitim noktası ve orijini birleştiren doğru çizilir,

Adım 3) Doğru tanjant eksen ile kesiştirilir,

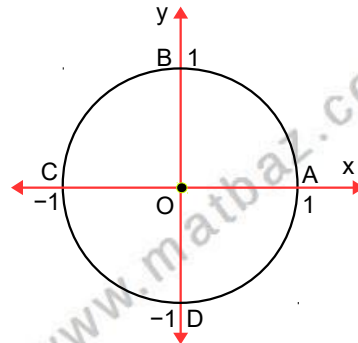
Adım 4) Kesim noktasının ordinatı açının tanjantıdır.

Aynı şekilde kotanjant değeri de yay bitim ve orijini birleştiren doğrunun (veya uzantısının) kotanjant eksenini kestiği noktanın apsisidir.

Örnek...6 :

Birim çember kullanarak aşağıdaki ifadeleri hesaplayınız.

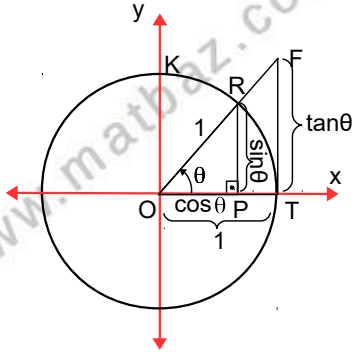
a) $\tan 60$ b) $\cot 120$ c) $\tan 225$



TRİGONOMETRİ – 2

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

DAR AÇILARIN TRİGONOMETRİK DEĞERLERİ



POR dik üçgeninde $\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1$ elde edilir

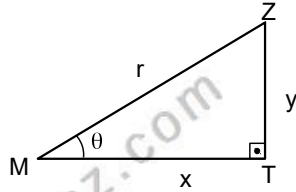
Şekildeki POR ve TOF üçgenlerinin benzerliğinden

$$\tan(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)} \text{ ve}$$

$$\cot(\theta) = \frac{\cos(\theta)}{\sin(\theta)}$$

elde edilir.

Bu benzerliğin rastgele benzer bir dik üçgene uygulanmasıyla



$\cos(\theta) = \frac{x}{r}$, $\sin(\theta) = \frac{y}{r}$, $\tan(\theta) = \frac{y}{x}$, $\cot(\theta) = \frac{x}{y}$ elde edilir.

TRİGONOMETRİK ÖZDEŞLİKLER

$\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1$ ve $\tan(\theta) \cdot \cot(\theta) = 1$ dir.

Ayrıca birbirini 90° ye ($\frac{\pi}{2}$ ye)

tamamlayan açılar için

birinin sinüsü diğerinin kosinüsüne;
birinin tanjantı diğerinin kotanjantına
eşittir. Yani,

$$\cos(90^\circ - \theta) = \frac{y}{r} = \sin(\theta), \tan(90^\circ - \theta) = \frac{x}{y} = \cot(\theta)$$

Örnek...7 :

$$\frac{5 \sin x}{9} = \frac{\cos x}{\tan x \cdot \cot x + 2} \text{ ise } \tan x \text{ kaçtır?}$$

Örnek...8 :

$\cos^2 1^\circ + \cos^2 2^\circ + \cos^2 3^\circ + \dots + \cos^2 90^\circ$ kaçtır?

Örnek...9 :

x dar bir açı olmak üzere, $\cos(x) = \frac{2}{3}$ ise

$\sin^2(x) - \tan^2(x)$ kaçtır?

Örnek...10 :

$$\tan^2 x - \frac{1}{\cos^2 x} + \sin^2 x + \cos^2 x = ?$$

Örnek...11 :

TBZ bir dik üçgen

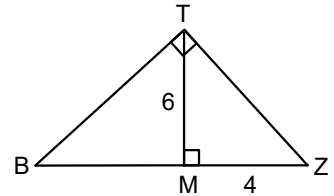
$$m(\widehat{TMZ}) = 90^\circ$$

$$m(\widehat{BTZ}) = 90^\circ$$

$$|TM| = 6 \text{ br}$$

$$|MZ| = 4 \text{ br ise}$$

$\cos(\widehat{TBM})$ kaçtır?



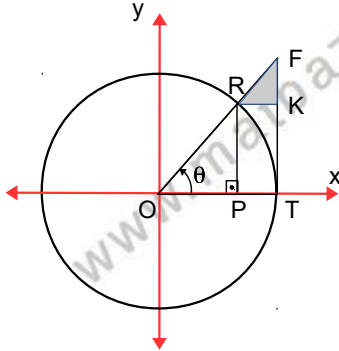
Örnek...12 :

$a = \cos 70^\circ$ $b = \sin 70^\circ$ $c = \tan 70^\circ$ sayılarını sıralayınız.

TRİGONOMETRİ – 2

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

Örnek...13 :



şekilde O merkezli birim çember ve bu çembere T(1,0) noktasında teğet olan TF doğru parçası verilmiştir. RK//OT olduğuna göre A(RFK) kaç birim karedir?

SEKANT VE KOSEKANT FONKSİYONLARI :

Standart pozisyonda (köşesi orijin ve başlangıç kenarı O_x eksenini) verilmiş ve ölçüsü θ olan açının birim çember üzerinde gördüğü yayın bitim noktası P(x,y) noktası olsun. P(x,y) noktasında birim çembere çizilen teğetin x eksenini kestiği R noktasının apsisine θ nın sekantı ; y eksenini kestiği S noktasının ordinatına θ nın kosekantı denir. θ reel sayısını $\sec \theta$ ile eşleyen fonksiyona sekant fonksiyonu; $\csc \theta$ ile eşleyen fonksiyona ise kosekant fonksiyonu denir.

SONUÇLAR

$$\csc(\theta) = \frac{1}{\sin \theta} \quad \sec(\theta) = \frac{1}{\cos \theta}$$

Örnek...14 :

Tabloda boş kalan yerleri doldurunuz.

	1. Bölge	2. Bölge	3. Bölge	4. Bölge
cos				
sin		+		
tan				-
cot				
sec				

Örnek...15 :

$a = \cos 190^\circ$, $b = \sin 170^\circ$, $c = \tan 70^\circ$, $d = \sec 320^\circ$
 $e = \csc 179^\circ$ sayılarının işaretlerini belirleyiniz.

Örnek...16 :

$$\sqrt{2} \cdot (\tan 30^\circ \cos 45^\circ + \csc 60^\circ \sin 45^\circ) = ?$$

Örnek...17 :

$\frac{1 - \sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{1 - \sin x}$ ifadesinin en sade halini bulunuz.

Örnek...18 :

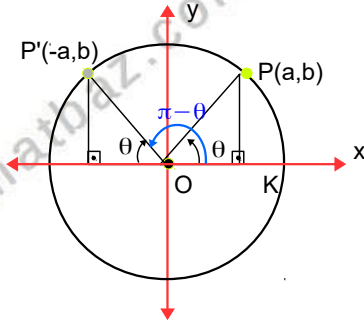
$\frac{1}{1 + \tan^2 x} + \frac{1}{1 + \cot^2 x}$ ifadesinin en sade halini bulunuz.

TRİGONOMETRİ – 2

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

İNDİRGEME BAĞINTILARI

Şekli inceleyiniz. Birim çemberde standart biçimde ve ölçüsü θ radyan olan bir dar açı alalım. Bu açının gördüğü yayın bitim noktasının koordinatı $P(a,b)$ olsun. $\cos \theta = a$, $\sin \theta = b$, $\tan \theta = b/a$ olmak üzere, $\pi - \theta$ ve $\frac{\pi}{2} - \theta$ türündeki açıların trigonometrik oranları şöyle hesaplanır.

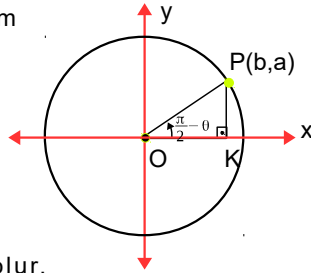


$\pi - \theta$ BİÇİMİNDEKİ AÇILAR

$\pi - \theta$ 'lık yayın bitim noktası $P'(-a,b)$ olacağından :
 $\cos(\pi - \theta) = -a = -\cos \theta$
 $\sin(\pi - \theta) = b = \sin \theta$
 $\tan(\pi - \theta) = -b/a = -\tan \theta$
 $\cot(\pi - \theta) = -a/b = -\cot \theta$ olur.

$\frac{\pi}{2} - \theta$ BİÇİMİNDEKİ AÇILAR

$\frac{\pi}{2} - \theta$ 'lık yayın bitim noktası $P(b,a)$ olacağından :
 $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = b = \sin \theta$
 $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = a = \cos \theta$
 $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot \theta$
 $\cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \tan \theta$ olur.



GENELLEME (GENEL İNDİRGEME BAĞINTISI)

Ölçüsü $\left(\frac{\pi}{2} \mp \theta\right)$ ($\pi \pm \theta$) $\left(\frac{3\pi}{2} \mp \theta\right)$ ($2\pi - \theta$) olarak verilen ifadelerde π sadeleştirilmesi için

Adım 1 Açının bölgesinden yararlanılarak işaret bulunur. (Açı daima dar kabul edilir)

Adım 2 $\pi, 2\pi$ için isim değiştirilmez, $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$ için isim $\sin \leftrightarrow \cos$, $\tan \leftrightarrow \cot$ şeklinde değiştirilir.

Örnek...19 :

Aşağıdaki ifadelerin özdeşlerini bulunuz.

1) $\tan(180+x)$

2) $\cos(90+2x)$

3) $\sin(270-4x)$

4) $\cot(90-7x)$

5) $\cos(360-4x)$

6) $\tan(270+8x)$

7) a) $\cos(-x)$

b) $\sin(-x)$

c) $\tan(-x)$

d) $\cot(-x)$

e) $\operatorname{cosec}(-x)$

8) $\sin(-5x)$

9) $\tan(9x-270)$

10) $\cot(4x-180)$

11) $\cos 240 + \sin 150$

12) $\tan 135^\circ - \cos(-240) = ?$

TRİGONOMETRİ – 2

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

DEĞERLENDİRME

1) $\sin x + \cos x = 0,7$ ise $\sin x \cdot \cos x$ kaçtır?

2) $\sin x = 0,8$ ise $\sin^4 x + \cos^4 x$ kaçtır?

3) $\cos x - \sin x = m$ ise $\cos^3 x - \sin^3 x$ m türünden nedir?

4) $\tan x + \cot x = m$ ise $\tan^3 x + \cot^3 x$ m türünden nedir?

5) $a = \cos 10^\circ$, $b = \cos 20^\circ$, $c = \sin 50^\circ$ sayılarını sıralaması nasıldır?

6) $a = \tan 100^\circ$, $b = \tan 120^\circ$, $c = \tan 150^\circ$ sayılarını sıralaması nasıldır?

7) $\tan 1^\circ \cdot \tan 3^\circ \cdot \tan 5^\circ \dots \tan 89^\circ$ kaçtır?

8) $\frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} + \cos^3 x + \cos x \cdot \sin^2 x$ ifadesinin en sade hali nedir?

9) $\left(\frac{\sin x}{1 - \cos x} - \frac{\sin x}{1 + \cos x} \right) \cdot \tan x$ ifadesinin en sade hali nedir?

10) $\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x - \operatorname{cosec}^2 x + \cot^2 x}$ ifadesinin en sade hali nedir?

11) $\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) = ?$

12) $\frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \sin(x - 2\pi)}{\cot\left(\frac{5\pi}{4}\right)}$ ifadesinin en sade hali nedir?

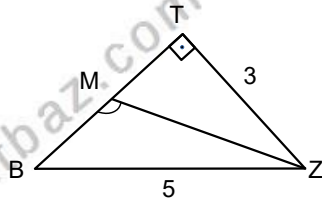
TRİGONOMETRİ – 2

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

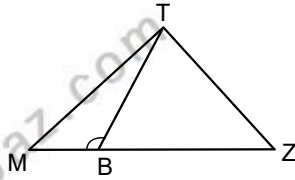
- 13) $\sin x = a$ ise $\sin(\pi + x) + \cos(\frac{3\pi}{2} - x) + \sin(-\pi - x)$ ifadesinin a türünden eşiti nedir?

- 14) $x + y = \frac{\pi}{5}$ ve $\sin x = 0,3$ ise $\cos(4x + 5y)$ kaçtır?

- 15) Şekilde M orta nokta, TBZ dik üçgendir.
 $|TZ| = 3br$,
 $|BZ| = 5br$ ise
 $\cos(\angle BMZ)$ kaçtır?



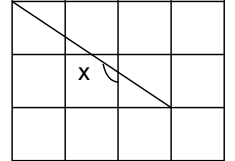
- 16) Şekilde MTZ eşkenar üçgendir.
 $|MZ| = 4 \cdot |MB|$, ise
 $\cos(\angle MBT)$ kaçtır?



- 17) $\tan 24^\circ = p$ ise $\frac{\tan 114^\circ - \tan 156^\circ}{\tan 564^\circ - \tan 225^\circ}$ ifadesinin p türünden eşiti nedir?

- 18) $\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \dots + \sin^2 90^\circ$ kaçtır?

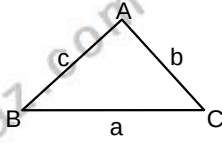
- 19) Eş kareler kullanılarak elde edilen şekilde ki x açısı için $\tan x$ kaçtır?



- 20) $0 < x < 45^\circ$ olmak üzere, $\sin 2x = \frac{3}{5}$ olduğuna göre, $\tan x + \cot x$ kaçtır?

KOSİNÜS TEOREMİ

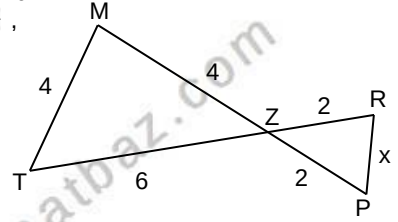
Bir ABC üçgeninde
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$
 $c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos C$
 $b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos B$



İspat

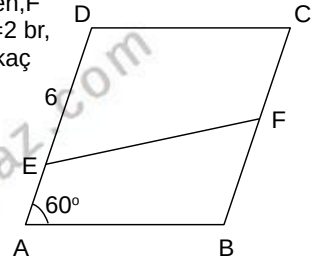
Örnek...2 :

MTZ bir üçgendir.
 $[TR] \cap [MP] = \{Z\}$,
 verilen
 uzunluklara
 göre x kaç
 birimdir



Örnek...3 :

Şekilde ABCD eşkenar dörtgen, F
 $[BC]$ nin orta noktasıdır. $|EA|=2$ br,
 $ED=6$ br olduğuna göre $|EF|$ kaç
 birimdir?



Örnek...1 :

Bir ABC üçgeninde $a=3$ br, $b=4$ br ve $c=6$ br
 ise bu üçgende ölçüsü en büyük olan açının
 kosinüs değeri kaçtır?

Örnek...4 :

Bir ABC üçgeninde a,b,c kenar uzunlukları
 olmak üzere $a^2 = b^2 + c^2 - bc$ bağıntısı geçerliyse
 A açısı kaç derecedir?

SİNÜS TEOREMİ

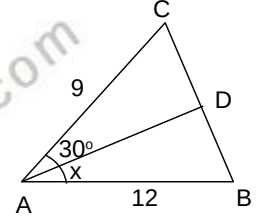
Bir ABC üçgeninde , herhangi bir kenar uzunluğunun karşısındaki köşede bulunan açının sinüsüne oranı sabittir.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \quad (\text{Bu oran daha sonra çember konusunda ele alınacaktır})$$

İspat

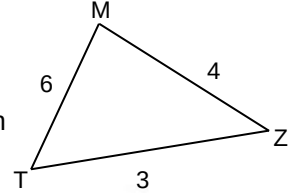
Örnek...7 :

Şekilde ABC üçgen , $8|CD|=5|BD|$, $|AC|=9$ br, $|AB|=12$ br, $m(\widehat{CAD})=30^\circ$ ve $m(\widehat{DAB})=x$ olarak veriliyor. Buna göre, $\tan x$ kaçtır?



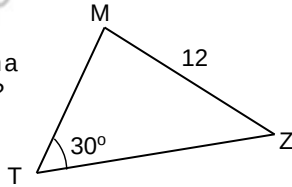
DEĞERLENDİRME

- 1) MTZ bir üçgendir. Şekilde verilenlere göre en küçük açının sinüs değeri kaçtır?

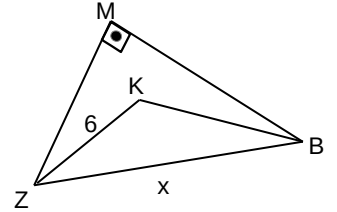


Örnek...5 :

MTZ bir üçgendir. $|TZ|=16$ $|MZ|=12$ br, $m(\widehat{T})=30^\circ$ olduğuna göre $\sin(M)$ kaçtır?

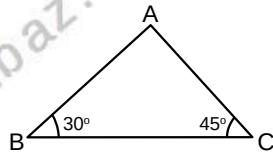


- 2) MBZ bir üçgendir. $m(\widehat{BMZ})=90^\circ$, $m(\widehat{MZK})=18^\circ$, $m(\widehat{MBK})=12^\circ$, $|KB|+2=|KZ|=6$ br, $|BZ|$ kaç birimdir?

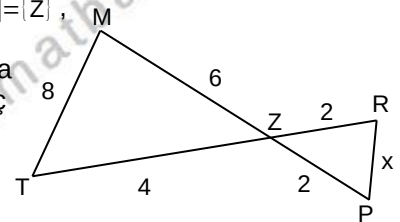


Örnek...6 :

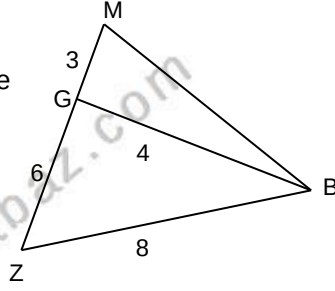
MTZ bir üçgendir. $m(\widehat{B})=30^\circ$, $m(\widehat{C})=45^\circ$ $\frac{|AC|}{|AB|}$ Kaçtır?



- 3) MTZ bir üçgendir. $[TR] \cap [MP] = \{Z\}$, verilen uzunluklara göre x kaç birimdir

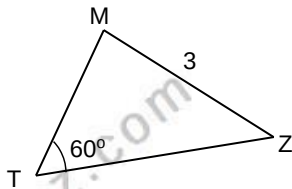


- 4) MBZ bir üçgendir.
 $2|MG|=|GZ|=6\text{ br}$,
 $2|BG|=|BZ|=8\text{ br}$ ise
 $|MB|$ kaç birimdir?

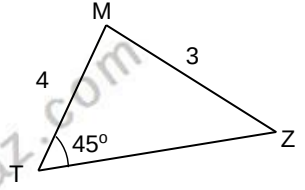


- 5) Bir ABC üçgeninde a, b, c kenar uzunlukları olmak üzere $a^2 = b^2 + c^2 + bc$ bağıntısı geçerliyse A açısı kaç derecedir?

- 6) MTZ bir üçgendir.
 $|MZ|=3\text{ br}$,
 $|TM|=\sqrt{6}\text{ br}$,
 $m(\hat{T})=60^\circ$ ise
 $m(\hat{Z})$ kaç derecedir ?



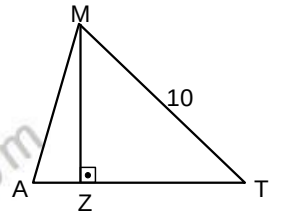
- 7) MTZ bir üçgendir.
 $m(\hat{T})=45^\circ$
 $|TM|=4\text{ br}$, $|MZ|=3\text{ br}$,
 olduğuna göre
 $\tan(Z)$ kaç olabilir?



- 8) Bilgi : Bir üçgende herhangi bir kenarın uzunluğunun, karşısındaki köşede bulunan açının sinüsüne oranı sabittir. Bu sabit sayı üçgenin köşelerinden geçen çemberin (Çevrel çember) çap uzunluğuna eşittir

Çevrel çemberinin yarıçapı 9 birim olan ABC üçgeninde $|AC|=9\text{ br}$ ise B açısının alacağı en büyük değer ile en küçük değer farkı kaçtır?

- 9) Şekilde MAT bir üçgen,
 $m(\hat{ZMT})=2.m(\hat{MAZ})$,
 $|MT|=10\text{ br}$ ve $|AT|=12\text{ br}$
 olduğuna göre $\sec(\hat{ZMA})$
 kaçtır?



TRİGONOMETRİ – 4

PERİYOT VE GRAFİKLER

PERİYOT

Mevsimler, haftanın günleri, dünyanın güneşin etrafındaki hareketleri tekrarlanır. Bu tür olayların periyodik olarak meydana geldiğini söyleyebiliriz.

Matematikte de bazı fonksiyonların grafikleri belli aralıklarda kendilerini yinelerler. Bu tür fonksiyonlar periyodik fonksiyon olarak adlandırılır.

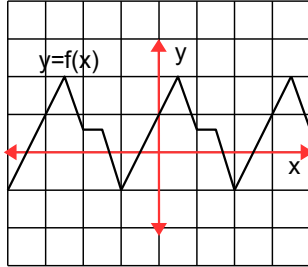
PERİYODİK FONKSİYONUN TANIMI

$f:A \rightarrow B$ fonksiyonunda A kümesinin her $x \rightarrow y=f(x)$ fonksiyonunda A kümesinin her x elemanı için $f(x+T)=f(x)$ olacak şekilde sıfırdan farklı en az bir T reel sayısı varsa, f fonksiyonuna periyodik fonksiyon, T sayısına f fonksiyonunun periyodu denir.

Bir fonksiyon birden fazla periyoda sahip olabilir. Periyodun birden fazla olması durumunda pozitif en küçük olanına **esas periyot** denir.

Örnek...1 :

Şekilde grafiği verilen $y=f(x)$ fonksiyonun periyodu kaçtır?



Örnek...2 :

Pozitif gerçel satılarda tanımlı $f(x)=\frac{1}{2x+3}$ fonksiyonu periyodik midir?

Örnek...3 :

$f(x) = \sin x$ fonksiyonun periyodunu araştırınız.

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN PERİYOTLARI

k bir tam sayı ve x tanım kümelerinin herhangi bir elemanı olmak üzere,

$$\begin{aligned}\sin(x+k \cdot 2\pi) &= \sin x \\ \cos(x+k \cdot 2\pi) &= \cos x \\ \tan(x+k \cdot \pi) &= \tan x \\ \cot(x+k \cdot \pi) &= \cot x\end{aligned}$$

olduğundan trigonometrik fonksiyonlar periyodiktir.

GENELLEMELER

1. $\sin x$ ve $\cos x$ fonksiyonlarının periyodu $k \cdot 2\pi$,
 $\tan x$ ve $\cot x$ fonksiyonlarının periyodu $k \cdot \pi$ dir.

$\sin x$ ve $\cos x$ fonksiyonlarının esas periyodu ($k = 1$ için) 2π ; $\tan x$ ve $\cot x$ fonksiyonlarının esas periyodu π dir.

2. $f(x)=a+b \cdot \sin^m(px+q)$ fonksiyonlarının
 $f(x)=a+b \cdot \cos^m(px+q)$

esas periyodu T ise $T = \begin{cases} \frac{2\pi}{|p|} & ; m \text{ tekse} \\ \frac{\pi}{|p|} & ; m \text{ çiftse} \end{cases}$

3. $f(x)=a+b \cdot \tan^m(px+q)$ fonksiyonlarının
 $f(x)=a+b \cdot \cot^m(px+q)$ periyodu T ise $T = \frac{\pi}{|p|}$

Örnek...4 :

$f(x)=\sin^5(10x-2)$ fonksiyonunun periyodunu bulunuz.

Örnek...5 :

Fonksiyon	$5\cos^2(4x)$	$2-\tan^3(3x)$	$3+2\sin^7(1-5x)$	$\cot^{15}\left(\frac{\pi}{2}-\frac{3x}{5}\right)$
Periyot				

TRİGONOMETRİ – 4

PERİYOT VE GRAFİKLER

$f(x)=g(x)\pm h(x)$ fonksiyonlarının esas periyodu, $g(x)$ ve $h(x)$ fonksiyonlarının esas periyotlarının en küçük ortak katına (e.k.o.k. una) eşittir. Eğer, $f(x)=h(x).g(x)$ in esas periyodu bulunacaksa, $f(x)$ i fonksiyonların toplamı biçiminde yazarız. Sonrada toplanan fonksiyonların esas periyotlarının en küçük ortak katı alınır.

$$\text{EKOK}\left(\frac{a}{b}, \frac{c}{d}\right) = \frac{\text{EKOK}(a, c)}{\text{EBÖB}(b, d)}$$

Örnek...6 :

$f(x)=2.\sin(9x+3)-3.\tan(6x-7)+5$ fonksiyonun periyodu kaçtır?

Örnek...7 :

$f(x)=2.\cos^3(4x)+2.\cot(5x+1)$ fonksiyonun periyodu kaçtır?

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİ

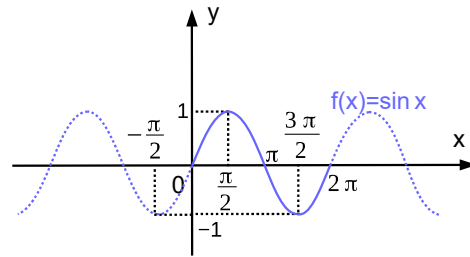
Trigonometrik fonksiyonların grafikleri çizilirken,

- 1) Fonksiyonun esas periyodu bulunur.
- 2) Bulunan periyoda uygun bir aralık seçilir.
- 3) Seçilen aralıkta fonksiyonun değişim tablosu yapılır. Bunun için, fonksiyonun bazı özel reel sayılarda alacağı değerlerin tablosu yapılır. Tabloda fonksiyonun aldığı değer bir sonraki aldığı değerden küçük ise (aldığı değer artmış ise) o aralığa ↗ sembolünü yazarız. Eğer, fonksiyonun aldığı değer bir sonraki aldığı değerden büyük ise (aldığı değer azalmış ise) o aralığa ↘ sembolünü yazarız.
4. Seçilen bir periyotluk aralıkta fonksiyonun grafiği çizilir. Oluşan grafik, fonksiyonun periyodu aralığında tekrarlanacağı unutulmamalıdır.

Örnek...8 :

$f:\mathbb{R}\rightarrow[-1,1]$ fonksiyonun grafiği çizilmiştir, $x\rightarrow y=\sin x$ inceleyiniz.
Sinüs fonksiyonunun esas periyodu 2π dir. Bu nedenle grafiği $[0, 2\pi]$ aralığında inceleyerek çizeceğiz.

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	0	↗ 1	↘ 0	↘ -1	↗ 0

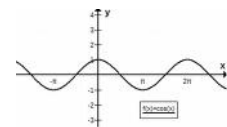


Burada dikkat edilirse $y=f(x)=\sin x$ fonksiyonu

1. Bire bir değildir. Fakat $f: [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow [-1, 1]$ $x \rightarrow y = \sin x$ fonksiyonu birebir ve örtendir.
2. Tek fonksiyondur.

Örnek...9 :

$f:\mathbb{R}\rightarrow[-1,1]$ fonksiyonun grafiğini çiziniz.
 $x\rightarrow y=\cos x$

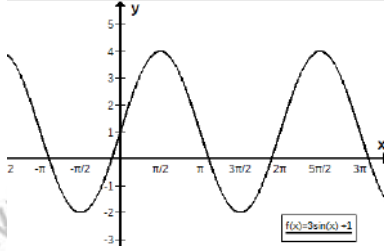


TRİGONOMETRİ - 4

PERİYOT VE GRAFİKLER

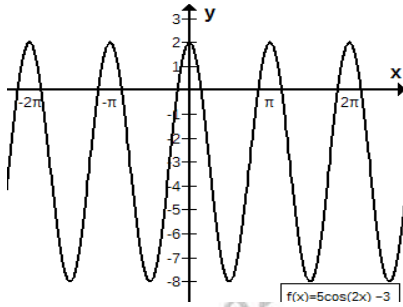
Örnek...10 :

$f(x) = 3 \cdot \sin x + 1$ fonksiyonun grafiği çizilmiştir, inceleyiniz.



Örnek...11 :

$f(x) = 5 \cos 2x - 3$ fonksiyonun grafiği çizilmiştir, inceleyiniz.



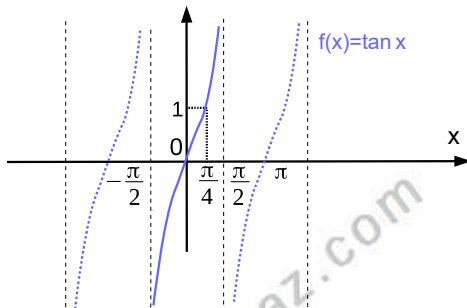
Örnek...12 :

$f: \mathbb{R} - \{k\pi + \frac{\pi}{2}\} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonun grafiği çizilmiştir.

$x \rightarrow y = \tan x$

İnceleyiniz.

x	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$
tan x	$-\infty$	-1	0	1	∞



Dikkat edilirse $y = \tan x$ fonksiyonu

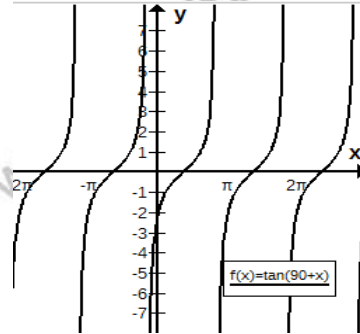
1. Tek fonksiyondur ama bire bir değildir.

2. $f: (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu birebir ve $x \rightarrow y = \tan x$ örtendir.

Örnek...13 :

$f: (-3\pi, +3\pi) \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonun grafiği çizilmiştir,

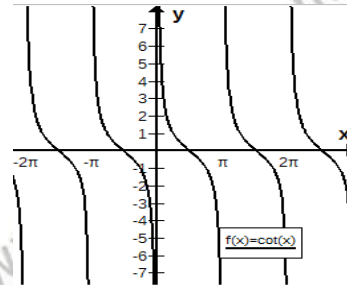
$x \rightarrow y = \tan(x + \frac{\pi}{2})$ inceleyiniz.



Örnek...14 :

$f: \mathbb{R} - \{k\pi\} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonun grafiği çizilmiştir,

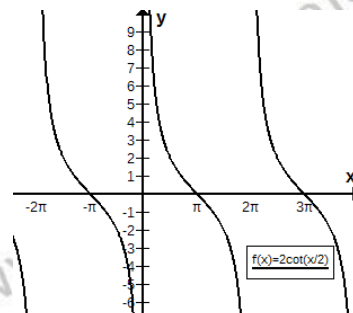
$x \rightarrow y = \cot x$ inceleyiniz.



Örnek...15 :

$f: (0, 3\pi) \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonun grafiği çizilmiştir,

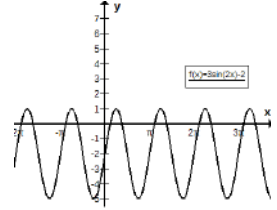
$x \rightarrow y = 2 \cot \frac{x}{2}$ inceleyiniz.



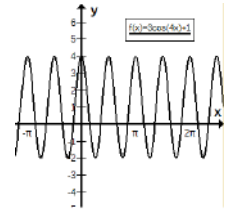
DEĞERLENDİRME

- 1) $f(x)$ fonksiyonunun periyodu T olduğuna göre $f(mx + n)$ fonksiyonunun periyodunu T cinsinden eşiti nedir?
- 2) $f(x) = 7 - 4 \cdot \sin^3(5x+1) - 3 \cdot \cos^2(3-4x)$ fonksiyonun periyodu kaçtır?
- 3) $f(x) = 7 \cdot \sin^4(5x+10)$, $g(x) = 3 \cdot \cot^2(3mx-4x+9)$ fonksiyonlarının periyodları eşitse m kaç olabilir?
- 4) $y = f(x) = a \cdot \sin(bx+c)+k$ türündeki fonksiyonların grafiklerini katsayıları ile ilişkilendiriniz.

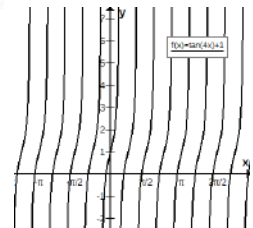
- 5) $f(x) = 3 \cdot \sin 2x - 2$ fonksiyonun grafiğini $[0, 4\pi]$ çiziniz.



- 6) $f(x) = 3 \cdot \cos 4x + 1$ fonksiyonun grafiğini $[0, \pi]$ çiziniz.



- 7) $f(x) = \tan 4x + 1$ fonksiyonun grafiğini $[0, \pi]$ çiziniz. (tanımlı olduğu değerler için)



TRİGONOMETRİ – 5

TERS TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

TERS TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

$f:A \rightarrow B$ ye tanımlı bir f fonksiyonunun tersinin de bir fonksiyon olabilmesi için, f fonksiyonunun bire bir ve örten olması gerekir.

$f:A \rightarrow B$, $y=f(x)$ fonksiyonu bire bir ve örten olsun.

$f^{-1}:B \rightarrow A$, $y=f^{-1}(x)$ ters fonksiyonu da bire bir ve örtendir.

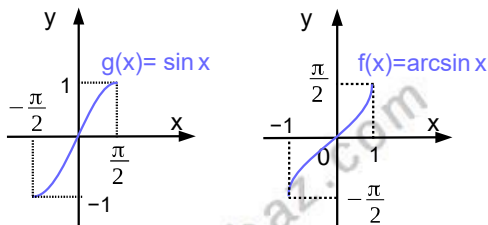
Önce, trigonometrik fonksiyonların bire bir ve örten oldukları bir aralığı bulacağız. Sonra, bu aralıkta trigonometrik fonksiyonların ters fonksiyonlarını tanımlayacağız. Hangi alt aralığı kabul ettiysek, ters trigonometrik fonksiyonlarda, daima kabul edilen o aralıkta işlemlerimizi yapacağız.

1) ARKSİNÜS FONKSİYONU

$f: [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow [-1, 1]$ fonksiyonu bire-bir ve örten olduğundan tersi de bir fonksiyon olur.
 $f^{-1}: [-1, 1] \rightarrow [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ olarak tanımlanmış
 $x \rightarrow y = \sin^{-1} x$ fonksiyona sinüs fonksiyonun tersi denir.
Kısaca $\sin x = y \Leftrightarrow x = \sin^{-1} y = \arcsin y$ olur.

Örnek...1 :

$g(x)=\sin x$ ve $f(x)=\arcsin x$ fonksiyonunun grafiği $[-1, 1]$ aralığında çizilmiştir inceleyiniz. (Birbirlerinin tersi olan fonksiyonların $y=x$ doğrusuna göre simetrik olduğunu hatırlayınız)



Örnek...2 :

$$\arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = ?$$

Örnek...3 :

$$\arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = ?$$

Örnek...4 :

$$\arcsin\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right) = ?$$

Örnek...5 :

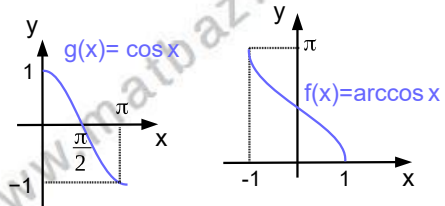
$$\cos\left(\arcsin\left(\frac{4}{5}\right)\right) = ?$$

Örnek...6 :

$f(x)=\arcsin(3x-2)$ fonksiyonunun tanımlı olması için x hangi reel sayı aralığından seçilmelidir?

2) ARKKOSİNÜS FONKSİYONU

$f:[0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$ fonksiyonu bire-bir ve örten olduğundan tersi de bir fonksiyon olur.
 $f^{-1}: [-1, 1] \rightarrow [0, \pi]$ olarak tanımlanmış
 $x \rightarrow y = \cos^{-1} x$ fonksiyona kosinüs fonksiyonun tersi denir.
Kısaca $\cos x = y \Leftrightarrow x = \cos^{-1} y = \arccos y$ olur.



TRİGONOMETRİ – 5

TERS TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

Örnek...7 :

$$\arccos\left(\frac{1}{2}\right) = ?$$

Örnek...8 :

$$\arccos\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) = ?$$

Örnek...9 :

$f(x) = \arccos(3x+2) - 4$ fonksiyonun tersi olan fonksiyonu bulunuz?

Örnek...10 :

$$\sin\left(\arccos\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)\right) = ?$$

Örnek...11 :

$$\sin(\arccos(x)) = ?$$

3) ARKTANJANT FONKSİYONU

$f: \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu bire-bir ve örten
 $x \rightarrow y = \tan x$
olduğundan tersi de bir fonksiyon olur.

$f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ olarak tanımlanmış
 $x \rightarrow y = \tan^{-1} x$
fonksiyona tanjant fonksiyonun tersi denir.

Kısaca $\tan x = y \Leftrightarrow x = \tan^{-1} y = \arctan y$ olur.

Örnek...12 :

$$\arctan(\sqrt{3}) = ?$$

Örnek...13 :

$$\arctan(-1) = ?$$

Örnek...14 :

$$\sec\left(\arctan\left(\frac{3}{4}\right)\right) = ?$$

4. ARKKOTANJANT FONKSİYONU

$f: (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu bire-bir ve örten
 $x \rightarrow y = \cot x$
olduğundan tersi de bir fonksiyon olur.

$f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow (0, \pi)$ olarak tanımlanmış
 $x \rightarrow y = \cot^{-1} x$
fonksiyona kotanjant fonksiyonun tersi denir.

Kısaca $\cot x = y \Leftrightarrow x = \cot^{-1} y = \operatorname{arccot} y$ olur.

Örnek...15 :

$$\operatorname{arccot}(1) = ?$$

Örnek...16 :

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \operatorname{arccot}\left(\frac{1}{2}\right)\right) = ?$$

Örnek...17 :

$$\tan(\arcsin(0, \bar{6})) = ?$$

TRİGONOMETRİ – 5

TERS TRİGONOMETRİK FONKSİYONLAR

DEĞERLENDİRME

1) $\tan\left(\arccos\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)\right) = ?$

2) $\arcsin\left(\frac{1}{5}\right) + \arcsin\left(\frac{-1}{5}\right) = ?$

3) $\arccos\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right) + \arccos\left(\frac{-1}{\sqrt{7}}\right) = ?$

4) $f(x) = 4 + 3\sin(5x + 10)$ fonksiyonun tersi olan fonksiyonu bulunuz?

5) $f(x) = 4 + 3\arcsin(3x - 2)$ fonksiyonun tersi olan fonksiyonu bulunuz?

6) $\left(\arccos\left(2x + \frac{5}{6}\right)\right) = \frac{\pi}{3}$ ise x kaçtır?

7) $A = \arcsin\left(\frac{x}{2x+3}\right) = \arctan\left(\frac{x}{2x+2}\right)$ ise x kaç olabilir?

8) $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{-1}{2}\right)\right) = ?$

ANALİTİK DÜZLEM

Her noktası bir reel sayıya karşılık gelen doğruya koordinat (sayı) doğrusu denir.

Bir P noktası x reel sayısı ile eşleştirildiğinde P noktasının koordinatı x olur ve koordinatı x olan P noktası P(x) şeklinde yazılır.



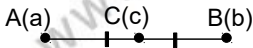
A(a) ve B(b) noktaları arası uzaklık $|a-b|$ ile gösterilir.

Örnek...1 :

Sayı doğrusu üzerinde A(2) noktasına uzaklığı en fazla 3 birim olan noktaların koordinatlarını temsil edecek bir ifade yazınız.

DOĞRU PARÇASININ ORTA NOKTA KOORDİNATLARI

Koordinat doğrusunda A(a), B(b) ve C(c) noktaları verilsin.



C noktası [AB] doğru parçasının orta noktası ise ($|AB| = |BC|$)

$$c = \frac{a+b}{2} \text{ eşitliği geçerlidir.}$$

Örnek...2 :

Koordinat doğrusunda K(11) ile L(29) noktalarının orta noktası M(m) olduğuna göre m kaçtır?

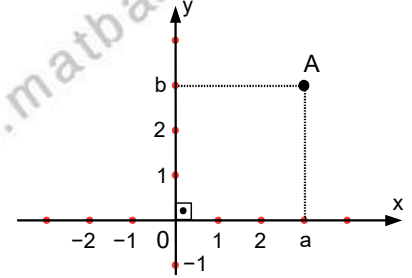
Örnek...3 :

Koordinat doğrusunda A(-1) ve B(19) noktaları veriliyor. $C \in [AB]$ olmak üzere, $\frac{|AC|}{|CB|} = \frac{2}{3}$ koşulunu sağlayan C noktasının koordinatını bulunuz.

DİK KOORDİNAT DÜZLEMİ

İki sayı doğrusunun dik kesişmesiyle oluşan düzleme, dik koordinat düzlemi veya analitik düzlem denir.

Yatay eksen O_x ekseni veya apsis ekseni, dikey eksen O_y ekseni veya ordinat ekseni



olarak adlandırılır. $O_x \perp O_y$ ve $O_x \cap O_y = \{O\}$ dır. Buradaki kesim noktası olan O 'ya koordinat başlangıcı (ORJİN) denir.

HATIRLATMA

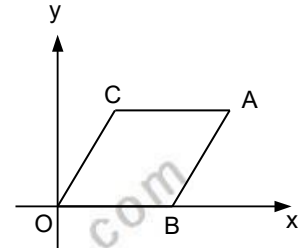
Apsisi a ve ordinatı b olan nokta analitik koordinat düzleminde A(a,b) ile belirtilir.

Örnek...4 :

K(x-3,y+2) noktasının x eksenine uzaklığı 4 birim ve y eksenine uzaklığı 3 birimse x.y çarpımının en küçük değeri kaçtır?

Örnek...5 :

OBAC eşkenar dörtgendir. C(6,8) ise Çevre(OBAC) kaçtır?

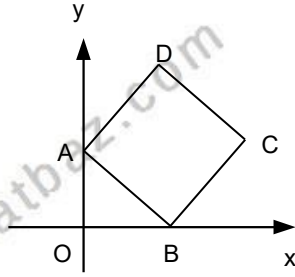


ANALİTİK GEOMETRİ – 1

TEMEL KAVRAMLAR

Örnek...6 :

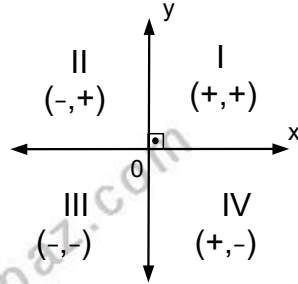
ABCD kare
D(6,14) ise
Alan(ABCD) kaç
birim karedir?



ANALİTİK KOORDİNAT DÜZLEMİNDE BÖLGELER

O_x eksen ve O_y ekseninin kesişmesiyle düzlem dört bölgeye ayrılır.

(Eksenlerin bu dört bölgeyle kesişimi boştur.)



Örnek...7 :

A(m, n) noktası analitik düzlemin II. bölgesinde bir nokta ise B(m-n, m.n) noktası hangi bölgede olabilir?

Örnek...8 :

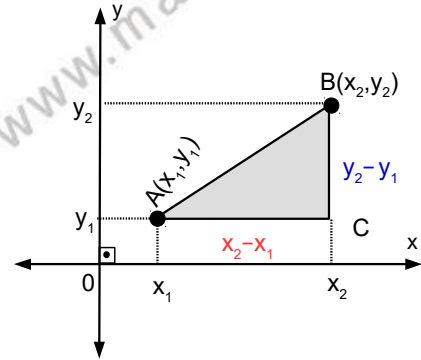
K(m,n) noktası analitik düzlemde 4 bölgede de değilse m.n nin kaç farklı değeri vardır?

Örnek...9 :

A(3k+8, k-7) noktası IV. bölgede olduğuna göre, k'nın alabileceği farklı tam sayı değerleri toplamı kaçtır?

ANALİTİK KOORDİNAT DÜZLEMİNDE UZAKLIK

A(x_1, y_1) ve B(x_2, y_2) noktaları birleştirildiğinde elde edilen doğru parçasının uzunluğuna bu noktalara arasındaki uzaklık denir. Şekli inceleyiniz



ABC dik üçgenini inceleyiniz.

$$|AB| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}, \quad |AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Örnek...10 :

A(5,8), B(2,9) noktaları veriliyor $|AB| = ?$

Örnek...11 :

A(k,2), B(-3,6) noktaları için $|AB|=5$ ise k'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

Örnek...12 :

A(m,m), B(4,2), $|AB|=6$ br ise m'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

ANALİTİK GEOMETRİ – 1

TEMEL KAVRAMLAR

Örnek...13 :

Dik koordinat düzleminde bir A noktasının apsisi 6 artırılıp, ordinatı 8 azaltıldığında bir B noktası elde ediliyor. Buna göre, $|AB|$ kaç birimdir?

Örnek...14 :

A(-2,5) ve B(6,-3) noktaları Oy eksenı üzerindeki bir K noktasına eşit uzaklıkta ise K'nin koordinatları toplamı kaçtır?

Örnek...15 :

A(3x-2, 7-x) noktası eksenlere eşit uzaklıkta ise A noktası ne olabilir?

Örnek...16 :

M(0,1) , N(-3,5) noktaları KLMN karesinin köşeleridir. Bu karenin KM köşegenin uzunluğu kaç birimdir?

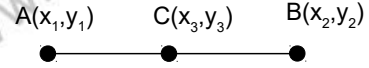
Örnek...17 :

A(2,-1) ve B(3,1) noktalarına eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yer denklemini bulunuz.

BELLİ ORANDA İÇTEN VE DIŞTAN BÖLME

A) İÇTEN BÖLEN NOKTA:

A ve B noktaları bir doğru parçasının uç noktaları olmak üzere $\frac{|AC|}{|BC|}=k$ olacak şekilde bir $C \in [AB]$ varsa C noktasına $[AB]$ 'nı k oranında içten bölen nokta denir. Şekli inceleyiniz.



Örnek...18 :

A(5,14) , B(13,-14) noktaları veriliyor $\frac{|AC|}{|BC|}=3$ oranında içten bölen C noktasının koordinatları toplamı nedir?

Örnek...19 :

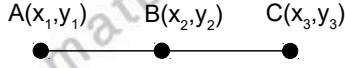
A(-5,6) , C(15,20) noktaları veriliyor. C noktası $[AB]$ 'nı, $\frac{|AC|}{|BC|}=2$ oranında içten bölüyorsa B noktasının koordinatları çarpımı nedir?

ANALİTİK GEOMETRİ – 1

TEMEL KAVRAMLAR

B) DIŞTAN BÖLEN NOKTA:

Eğer $\frac{|AC|}{|BC|}=k$ olacak şekilde bir $C \notin [AB]$, $C \in AB$ varsa C noktasına $[AB]$ 'nı k oranında dıştan bölen nokta denir. Şekli inceleyiniz



Örnek...20 :

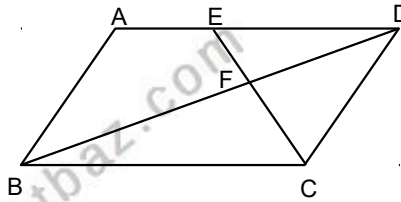
$A(1, -6)$, $B(9, 22)$ noktaları veriliyor $\frac{|AC|}{|BC|}=5$ oranında dıştan bölen C noktasının koordinatları nedir?

Örnek...21 :

$A(9, 12)$, $B(15, 17)$ noktaları veriliyor. C noktası $[AB]$ 'nı, $\frac{|AC|}{|BC|}=\frac{2}{3}$ oranında dıştan bölüyorsa B noktasının koordinatları çarpımı nedir?

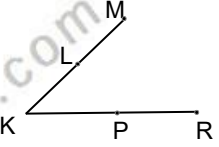
Örnek...22 :

Şekilde ABCD paralel kenardır $\frac{|AE|}{|ED|}=\frac{3}{4}$ ve $E(1, 2)$, $F(10, -17)$ ise C köşesinin koordinatlarını bulunuz?



Örnek...23 :

Şekilde $\frac{|KL|}{|LM|}=2$, $\frac{|KP|}{|PR|}=\frac{2}{3}$ ve $M(1, -4)$, $L(0, -1)$ $P(-4, 11)$ ise R noktasının koordinatları çarpımı nedir?

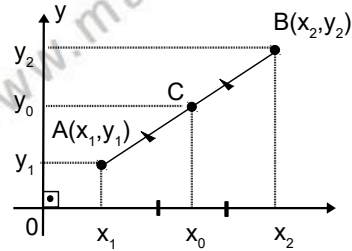


BİR DOĞRU PARÇASININ ORTA NOKTASI

$A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktaları birleştirildiğinde elde edilen $[AB]$ doğru parçasının orta noktası $C(x_0, y_0)$ ise

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

olarak elde edilir. Şekli inceleyiniz.



Örnek...24 :

$K(5, 6)$ ve $L(-11, -8)$ noktaları veriliyor $[KL]$ nin orta noktası D ise D noktasının koordinat başlangıç noktasına uzaklığı kaç birimdir?

ANALİTİK GEOMETRİ – 1

TEMEL KAVRAMLAR

Örnek...25 :

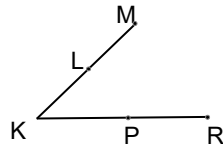
$K(m+11,14)$, $M(-2m+7,\sqrt{2})$ noktalarının orta noktası y ekseninde ise m kaçtır?

Örnek...26 :

$A(1,2)$, $B(3,6)$, $C(-3,5)$ noktaları ABC üçgeninin köşeleridir. Üçgenin AB kenarına ait kenarortay uzunluğu kaç birimdir?

Örnek...27 :

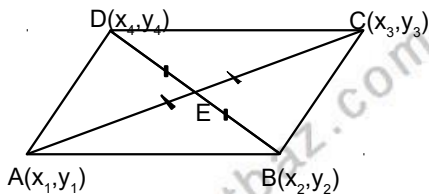
Şekilde P noktası [KR]'nin ve L noktası [KM]'nin orta noktalarıdır.
 $M(3,x)$, $L(a,-2)$,
 $R(-2,1)$, $P(m,k)$ ve
 $K(1,-3)$ ise $x+a.k-m$ kaçtır?



UYARI

Paralelkenar, eşkenar dörtgen, kare ve dikdörtgende köşegenler birbirlerini ortalamadığından bu dörtgenlerde karşılıklı köşelerin apsilerinin toplamı ve karşılıklı ordinatların toplamı birbirine eşittir.

ABCD paralelkenarını inceleyiniz.



$E(x_0, y_0)$ köşegenlerin kesim noktası ise

$$x_0 = \frac{x_1 + x_3}{2} = \frac{x_2 + x_4}{2}, \quad y_0 = \frac{y_1 + y_3}{2} = \frac{y_2 + y_4}{2}$$

ve buradan $x_1 + x_3 = x_2 + x_4$, $y_1 + y_3 = y_2 + y_4$.

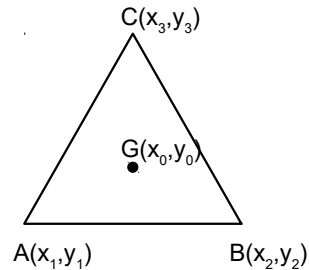
Örnek...28 :

Analitik düzlemde köşe koordinatları $A(0, 2)$, $B(-5, 3)$, $C(8, 2)$ $D(x, y)$ olan ABCD paralel kenarın D köşesinin koordinatları toplamı kaçtır?

Örnek...29 :

Köşegenlerinin kesim noktası $O(3, -7)$ olan ABCD dikdörtgeninin dört köşesinin koordinatları toplamı kaçtır?

ÜÇGENİN AĞIRLIK MERKEZİNİN KOORDİNATLARI



Köşe koordinatları $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ olan ABC üçgenin ağırlık merkezi

$G(x_0, y_0)$ ise $x_0 = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$, $y_0 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$ olarak elde edilir.

Örnek...30 :

$A(-8, 10)$, $B(-5, 6)$, $C(-2, 5)$ üçgeninin ağırlık merkezinin koordinatlarını bulunuz?

ANALİTİK GEOMETRİ – 1

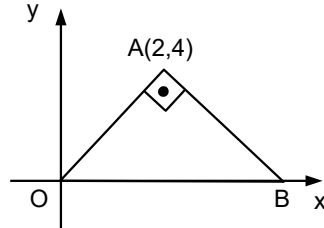
TEMEL KAVRAMLAR

Örnek...31 :

$A(x,y)$, $B(-1,2)$, $C(4,6)$ üçgeninin ağırlık merkezinin $G(-5,12)$ ise A noktasının koordinatlarını bulunuz?

Örnek...32 :

Köşeleri $A(2,4)$, O ve B olan OAB dik üçgeninin ağırlık merkezini bulunuz?



KÖŞE KOORDİNATLARI BİLİNER ÜÇGENİN ALANI

Köşe koordinatları $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ olan ABC üçgeninin alanı bulunurken şekildeki gibi noktalar alt alta yazılır. Sonra ilk noktalarının ikilisi en alta yazılır ve ok yönündeki çarpımlar yapıldıktan sonra oluşturulan iki grubun farklarının yarısının mutlak değeri alınır.

$$\begin{array}{r} \begin{array}{|c|} \hline x_1 \quad y_1 \\ \hline x_2 \quad y_2 \\ \hline x_3 \quad y_3 \\ \hline x_1 \quad y_1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline x_1 \cdot y_2 \\ \hline x_2 \cdot y_3 \\ \hline x_3 \cdot y_1 \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline x_1 \cdot y_2 \\ \hline x_2 \cdot y_3 \\ \hline x_3 \cdot y_1 \\ \hline \end{array}$$

$b \qquad a$

$$A(ABC) = \frac{1}{2} |a - b|$$

Örnek...33 :

Analitik düzlemde $A(0, 2)$, $B(-5, 3)$ ve $C(8,2)$ noktaları ise verilen ABC üçgeninin alanı kaç birim karedir?

Örnek...34 :

$A(0, 4)$, $B(-5, 4)$ ve $C(a,b)$ noktaları ise verilen ABC üçgeninin alanı 20 birim karedir. Buna göre b nin alacağı değerler çarpımı kaçtır?

Örnek...35 :

Analitik düzlemde köşe koordinatları $A(-2,5)$, $B(1,3)$, $C(n,4)$ olan ABC üçgeninin alanı 8 birim kare olduğuna göre, n kaç olabilir?

Örnek...36 :

Köşeleri $A(0, 1)$, $B(3,5)$, $C(3, 6)$ ve $D(-8,-3)$ olan $ABCD$ dörtgeninin alanı kaç br^2 dir?

ANALİTİK GEOMETRİ – 1

TEMEL KAVRAMLAR

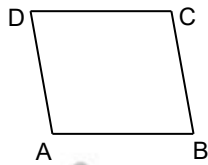
DEĞERLENDİRME

- 1) Analitik düzlemde $A(x - 5, 3 - x)$ noktası III. bölgede bir nokta ise $B(4x, x - 9)$ noktası hangi bölgede olabilir?

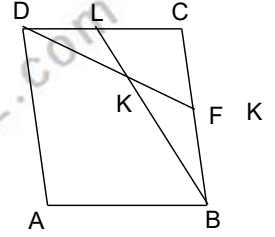
- 2) $K(-3, 3y+2)$ ve $L(x-3, -2)$ noktaları analitik düzlemde aynı bölgelerde ise $x+y$ nin alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- 3) $K(1,2)$ ve $L(-3,1)$ noktalarına eşit uzaklıkta ve y ekseninde bulunan noktanın ordinatı kaçtır?

- 4) Şekildeki paralel kenarda $A(-2,1)$ $B(3,2)$ ve $C(1,4)$ ise BD köşegen uzunluğu kaç birimdir?

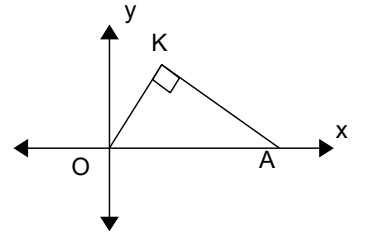


- 5) Şekildeki ABCD paralel kenarında L ve F orta noktalar. $[DF] \cap [BL] = K$ ve $A(-2,1)$ ve $C(22,-17)$ ise noktasının koordinatları farkı kaçtır?

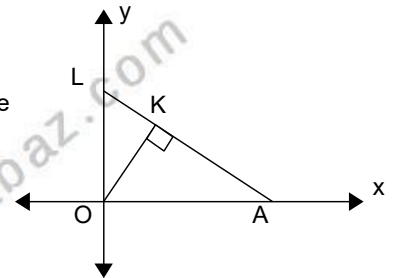


- 6) Koordinat sisteminde a ve b birer tamsayı olmak üzere $K(a,2)$ ve $B(-1,b)$ noktaları arası 5 birim ise b nin alabileceği tam sayıların aritmetik ortalaması kaçtır?

- 7) Şekildeki OKA dik üçgen ve $m(\angle KOA) = 75^\circ$ ve $A(16,0)$ ise K noktasının koordinatları nedir?



- 8) Şekilde $[OK]$, LOA üçgeninin yüksekliği, $L(0,5)$ ve $|LK| = \sqrt{5}$ ise A noktasının apsisi kaçtır?



ANALİTİK GEOMETRİ – 1

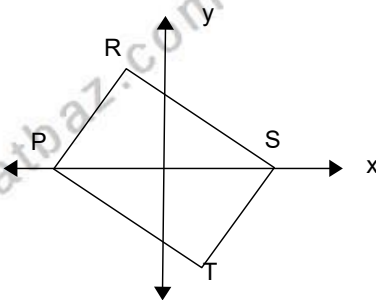
TEMEL KAVRAMLAR

- 9) Analitik koordinat düzleminde koordinatları $O(0,0)$ $A(6,0)$ $B(4,3)$ ve $C(0,7)$ olan dörtgenin alanı kaç birim karedir?

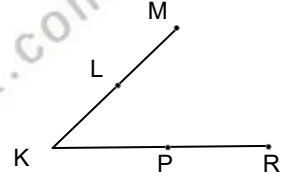
- 10) Analitik koordinat düzleminde koordinatları $M(1,-3)$ $N(2,5)$ ise $[MN]$ ni $\frac{|MK|}{|NK|}=3$ oranında dıştan bölen K noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

- 11) $A(2,-1)$ noktasına uzaklığı $B(1,1)$ noktasına uzaklığının 2 katına eşit noktaların geometrik yer denklemini bulunuz.

- 12) Şekilde PRST dikdörtgendir. $R(-3,6)$ ve $P(-7,0)$ ise T noktasının koordinatları çarpımı kaçtır?

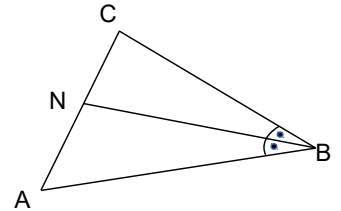


- 13) Şekilde $\frac{|KL|}{|LM|}=\frac{3}{2}$, $P[KR]$ nin orta noktası ve $K(1,2)$, $M(21,-18)$ ve $R(7,2)$ ise $|LP|$ kaç birimdir?



- 14) Analitik düzlemde verilen ABC üçgeninin ağırlık merkezi $G(6,-2)$ noktasıdır. $B(2,-2)$ ve $C(0,-4)$ olduğuna göre, ABC üçgeninin alanı kaç birim karedir?

- 15) ABC üçgeninde $[NB]$ B açısının açıortayı, $\frac{|BC|}{|BA|}=\frac{3}{2}$, $C(0,0)$ ve $N(9,-6)$ ise A noktasının koordinatları çarpımı kaçtır?



- 16) Analitik düzlemde verilen ABC üçgeninin ağırlık merkezi $G(2, 4)$ noktasıdır. $A(-1, 3)$ ise B ve C noktalarının koordinatları toplamını bulunuz.

ANALİTİK DÜZLEM

Her noktası bir reel sayıya karşılık gelen doğruya koordinat (sayı) doğrusu denir.

Bir P noktası x reel sayısı ile eşleştirildiğinde P noktasının koordinatı x olur ve koordinatı x olan P noktası P(x) şeklinde yazılır.



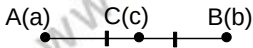
A(a) ve B(b) noktaları arası uzaklık $|a-b|$ ile gösterilir.

Örnek...1 :

Sayı doğrusu üzerinde A(2) noktasına uzaklığı en fazla 3 birim olan noktaların koordinatlarını temsil edecek bir ifade yazınız.

DOĞRU PARÇASININ ORTA NOKTA KOORDİNATLARI

Koordinat doğrusunda A(a), B(b) ve C(c) noktaları verilsin.



C noktası [AB] doğru parçasının orta noktası ise ($|AC| = |BC|$)

$$c = \frac{a+b}{2} \text{ eşitliği geçerlidir.}$$

Örnek...2 :

Koordinat doğrusunda K(11) ile L(29) noktalarının orta noktası M(m) olduğuna göre m kaçtır?

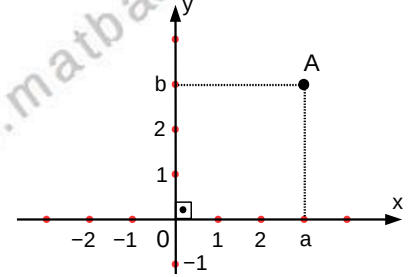
Örnek...3 :

Koordinat doğrusunda A(-1) ve B(19) noktaları veriliyor. $C \in [AB]$ olmak üzere, $\frac{|AC|}{|CB|} = \frac{2}{3}$ koşulunu sağlayan C noktasının koordinatını bulunuz.

DİK KOORDİNAT DÜZLEMİ

İki sayı doğrusunun dik kesişmesiyle oluşan düzleme, dik koordinat düzlemi veya analitik düzlem denir.

Yatay eksen O_x ekseni veya apsis ekseni, dikey eksen O_y ekseni veya ordinat ekseni



olarak adlandırılır. $O_x \perp O_y$ ve $O_x \cap O_y = \{O\}$ dır. Buradaki kesim noktası olan O 'ya koordinat başlangıcı (ORİJİN) denir.

HATIRLATMA

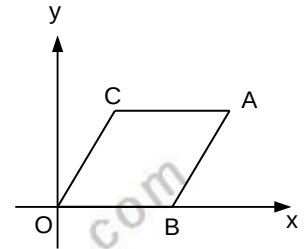
Apsisi a ve ordinatı b olan nokta analitik koordinat düzleminde A(a,b) ile belirtilir.

Örnek...4 :

K(x-3,y+2) noktasının x eksenine uzaklığı 4 birim ve y eksenine uzaklığı 3 birimse x.y çarpımının en küçük değeri kaçtır?

Örnek...5 :

OBAC eşkenar dörtgendir. C(6,8) ise Çevre(OBAC) kaçtır?

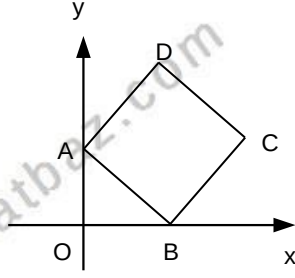


ANALİTİK GEOMETRİ – 1

TEMEL KAVRAMLAR

Örnek...6 :

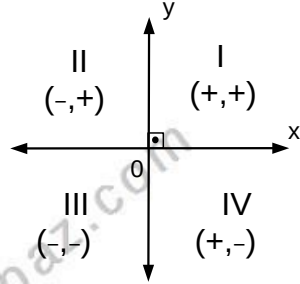
ABCD kare
D(6,14) ise
Alan(ABCD) kaç
birim karedir?



ANALİTİK KOORDİNAT DÜZLEMİNDE BÖLGELER

O_x eksen ve O_y ekseninin kesişmesiyle düzlem dört bölgeye ayrılır.

(Eksenlerin bu dört bölgeyle kesişimi boştur.)



Örnek...7 :

A(m, n) noktası analitik düzlemin II. bölgesinde bir nokta ise B(m-n, m.n) noktası hangi bölgede olabilir?

Örnek...8 :

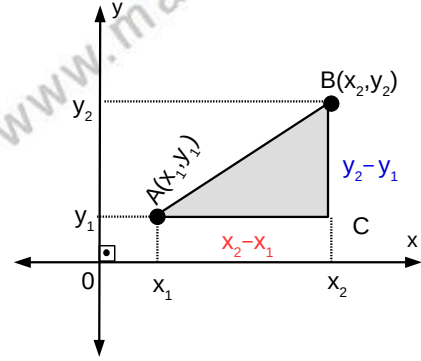
K(m,n) noktası analitik düzlemde 4 bölgede de değilse m.n nin kaç farklı değeri vardır?

Örnek...9 :

A(3k+8, k-7) noktası IV. bölgede olduğuna göre, k'nin alabileceği farklı tam sayı değerleri toplamı kaçtır?

ANALİTİK KOORDİNAT DÜZLEMİNDE UZAKLIK

A(x_1, y_1) ve B(x_2, y_2) noktaları birleştirildiğinde elde edilen doğru parçasının uzunluğuna bu noktalara arasındaki uzaklık denir. Şekli inceleyiniz



ABC dik üçgenini inceleyiniz.

$$|AB| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}, \quad |AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Örnek...10 :

A(5,8) , B(2,9) noktaları veriliyor $|AB| = ?$

Örnek...11 :

A(k,2), B(-3,6) noktaları için $|AB|=5$ ise k'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

Örnek...12 :

A(m,m), B(4,2), $|AB|=6$ br ise m'nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

ANALİTİK GEOMETRİ – 1

TEMEL KAVRAMLAR

Örnek...13 :

Dik koordinat düzleminde bir A noktasının apsisi 6 artırılıp, ordinatı 8 azaltıldığında bir B noktası elde ediliyor. Buna göre, $|AB|$ kaç birimdir?

Örnek...14 :

$A(-2,5)$ ve $B(6,-3)$ noktaları Oy eksenı üzerindeki bir K noktasına eşit uzaklıkta ise K'nin koordinatları toplamı kaçtır?

Örnek...15 :

$A(3x-2, 7-x)$ noktası eksenlere eşit uzaklıkta ise A noktası ne olabilir?

Örnek...16 :

$M(0,1)$, $N(-3,5)$ noktaları KLMN karesinin köşeleridir. Bu karenin KM köşegenin uzunluğu kaç birimdir?

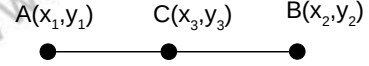
Örnek...17 :

$A(2,-1)$ ve $B(3,1)$ noktalarına eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yer denklemini bulunuz.

BELLİ ORANDA İÇTEN VE DIŞTAN BÖLME

A) İÇTEN BÖLEN NOKTA:

A ve B noktaları bir doğru parçasının uç noktaları olmak üzere $\frac{|AC|}{|BC|}=k$ olacak şekilde bir $C \in [AB]$ varsa C noktasına $[AB]$ 'nı k oranında içten bölen nokta denir. Şekli inceleyiniz.



Örnek...18 :

$A(5,14)$, $B(13,-14)$ noktaları veriliyor $\frac{|AC|}{|BC|}=3$ oranında içten bölen C noktasının koordinatları toplamı nedir?

Örnek...19 :

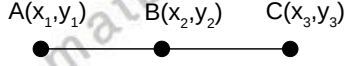
$A(-5,6)$, $C(15,20)$ noktaları veriliyor. C noktası $[AB]$ nı, $\frac{|AC|}{|BC|}=2$ oranında içten bölüyorsa B noktasının koordinatları çarpımı nedir?

ANALİTİK GEOMETRİ – 1

TEMEL KAVRAMLAR

B) DIŞTAN BÖLEN NOKTA:

Eğer $\frac{|AC|}{|BC|}=k$ olacak şekilde bir $C \notin [AB]$, $C \in AB$ varsa C noktasına $[AB]$ 'nı k oranında dıştan bölen nokta denir. Şekli inceleyiniz



Örnek...20 :

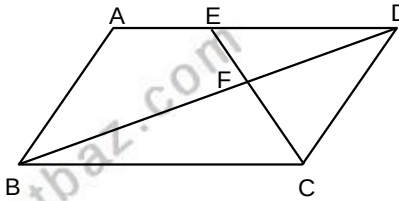
A(1,-6) , B(9,22) noktaları veriliyor $\frac{|AC|}{|BC|}=5$ oranında dıştan bölen C noktasının koordinatları nedir?

Örnek...21 :

A(9,12) , B(15,17) noktaları veriliyor. C noktası $[AB]$ 'nı, $\frac{|AC|}{|BC|}=\frac{2}{3}$ oranında dıştan bölüyorsa C noktasının koordinatları çarpımı nedir?

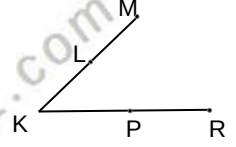
Örnek...22 :

Şekilde ABCD paralel kenardır $\frac{|AE|}{|ED|}=\frac{3}{4}$ ve E(1,2) , F(10,-17) ise C köşesinin koordinatlarını bulunuz?



Örnek...23 :

Şekilde $\frac{|KL|}{|LM|}=2$, $\frac{|KP|}{|PR|}=\frac{2}{3}$ ve M(1,-4), L(0,-1) P(-4,11) ise R noktasının koordinatları toplamı kaçtır ?

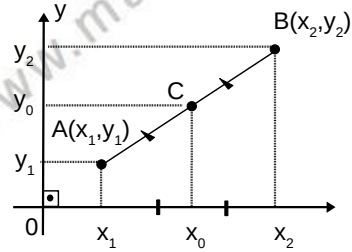


BİR DOĞRU PARÇASININ ORTA NOKTASI

A(x₁,y₁) ve B(x₂,y₂) noktaları birleştirildiğinde elde edilen $[AB]$ doğru parçasının orta noktası C(x₀,y₀) ise

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

olarak elde edilir. Şekli inceleyiniz.



Örnek...24 :

K(5,6) ve L(-11,-8) noktaları veriliyor $[KL]$ nin orta noktası D ise D noktasının koordinat başlangıç noktasına uzaklığı kaç birimdir?

ANALİTİK GEOMETRİ – 1

TEMEL KAVRAMLAR

Örnek...25 :

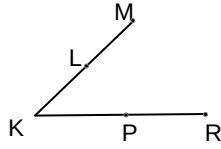
K(m+11,14), M(-2m+7,√2) noktalarının orta noktası y ekseninde ise m kaçtır?

Örnek...26 :

A(1,2), B(3,6), C(-3,5) noktaları ABC üçgeninin köşeleridir. Üçgenin AB kenarına ait kenarortay uzunluğu kaç birimdir?

Örnek...27 :

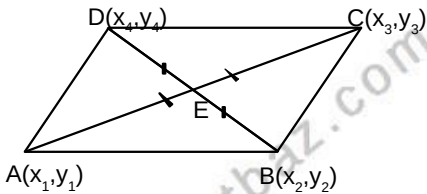
Şekilde P noktası [KR]'nin ve L noktası [KM]'nin orta noktalarıdır. M(3,x), L(a,-2), R(-2,1), P(m,k) ve K(1,-3) ise x+a.k-m kaçtır?



UYARI

Paralelkenar, eşkenar dörtgen, kare ve dikdörtgende köşegenler birbirlerini ortalamadığından bu dörtgenlerde karşılıklı köşelerin apsilerinin toplamı ve karşılıklı ordinatların toplamı birbirine eşittir.

ABCD paralelkenarını inceleyiniz.



E(x₀, y₀) köşegenlerin kesim noktası ise

$$x_0 = \frac{x_1 + x_3}{2} = \frac{x_2 + x_4}{2}, \quad y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{y_2 + y_4}{2}$$

ve buradan $x_1 + x_3 = x_2 + x_4$, $y_1 + y_3 = y_2 + y_4$.

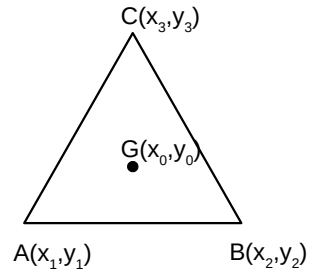
Örnek...28 :

Analitik düzlemde köşe koordinatları A(0, 2), B(-5, 3), C(8,2) D(x,y) olan ABCD paralel kenarın D köşesinin koordinatları toplamı kaçtır?

Örnek...29 :

Köşegenlerinin kesim noktası O(3,-7) olan ABCD dikdörtgeninin dört köşesinin koordinatları toplamı kaçtır?

ÜÇGENİN AĞIRLIK MERKEZİNİN KOORDİNATLARI



Köşe koordinatları A(x₁, y₁), B(x₂, y₂), C(x₃, y₃) olan ABC üçgenin ağırlık merkezi

$$G(x_0, y_0) \text{ ise } x_0 = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \quad y_0 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$

olarak elde edilir.

Örnek...30 :

A(-8,10), B(-5, 6), C(-2, 5) üçgeninin ağırlık merkezinin koordinatlarını bulunuz?

ANALİTİK GEOMETRİ – 1

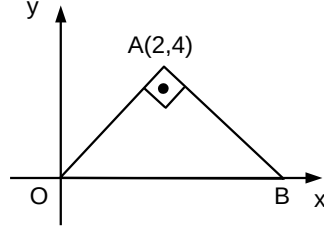
TEMEL KAVRAMLAR

Örnek...31 :

$A(x,y)$, $B(-1,2)$, $C(4,6)$ üçgeninin ağırlık merkezinin $G(-5,12)$ ise A noktasının koordinatlarını bulunuz?

Örnek...32 :

Köşeleri $A(2,4)$, O ve B olan OAB dik üçgeninin ağırlık merkezini bulunuz?



KÖŞE KOORDİNATLARI BİLİNER ÜÇGENİN ALANI

Köşe koordinatları $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ olan ABC üçgeninin alanı bulunurken şekildeki gibi noktalar alt alta yazılır. Sonra ilk noktalarının ikilisi en alta yazılır ve ok yönündeki çarpımlar yapıldıktan sonra oluşturulan iki grubun farklarının yarısının mutlak değeri alınır.

$$\begin{array}{r|l} x_1 & y_1 \\ y_1 \cdot x_2 & x_2 \cdot y_2 \\ y_2 \cdot x_3 & x_3 \cdot y_3 \\ + y_3 \cdot x_1 & x_1 \cdot y_1 \\ \hline b & a \end{array}$$

$$A(ABC) = \frac{1}{2} |a - b|$$

Örnek...33 :

Analitik düzlemde $A(0, 2)$, $B(-5, 3)$ ve $C(8,2)$ noktaları ise verilen ABC üçgeninin alanı kaç birim karedir?

Örnek...34 :

$A(0, 4)$, $B(-5, 4)$ ve $C(a,b)$ noktaları ise verilen ABC üçgeninin alanı 20 birim karedir. Buna göre b nin alacağı değerler çarpımı kaçtır?

Örnek...35 :

Analitik düzlemde köşe koordinatları $A(-2,5)$, $B(1,3)$, $C(n,4)$ olan ABC üçgeninin alanı 8 birim kare olduğuna göre, n kaç olabilir?

Örnek...36 :

Köşeleri $A(0, 1)$, $B(3,5)$, $C(3, 6)$ ve $D(-8,-3)$ olan ABCD dörtgeninin alanı kaç br^2 dir?

ANALİTİK GEOMETRİ – 1

TEMEL KAVRAMLAR

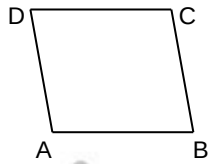
DEĞERLENDİRME

- 1) Analitik düzlemde $A(x - 5, 3 - x)$ noktası III. bölgede bir nokta ise $B(4x, x - 9)$ noktası hangi bölgede olabilir?

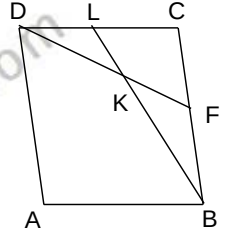
- 2) $K(-3, 3y+2)$ ve $L(x-3, -2)$ noktaları analitik düzlemde aynı bölgelerde ise $x+y$ nin alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- 3) $K(1, 2)$ ve $L(-3, 1)$ noktalarına eşit uzaklıkta ve y ekseninde bulunan noktanın ordinatı kaçtır?

- 4) Şekildeki paralel kenarda $A(-2, 1)$ $B(3, 2)$ ve $C(1, 4)$ ise BD köşegen uzunluğu kaç birimdir?

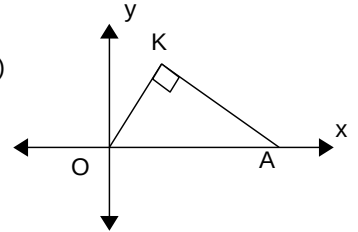


- 5) Şekildeki ABCD paralel kenarında L ve F orta noktalar. $[DF] \cap [BL] = K$ ve $A(-2, 1)$ ve $C(22, -17)$ olduğuna göre K noktasının koordinatları farkı kaçtır?

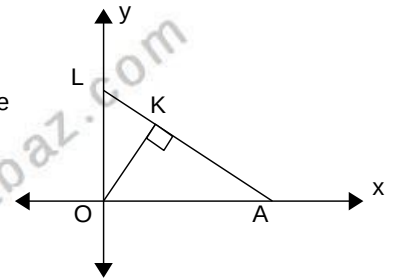


- 6) Koordinat sisteminde a ve b birer tamsayı olmak üzere $K(a, 2)$ ve $B(-1, b)$ noktaları arası 5 birim ise b nin alabileceği tam sayıların aritmetik ortalaması kaçtır?

- 7) Şekildeki OKA dik üçgen ve $m(\angle KOA) = 75^\circ$ ve $A(16, 0)$ ise K noktasının koordinatları nedir?



- 8) Şekilde $[OK]$, LOA üçgeninin yüksekliği, $L(0, 5)$ ve $|LK| = \sqrt{5}$ ise A noktasının apsisi kaçtır?



ANALİTİK GEOMETRİ – 1

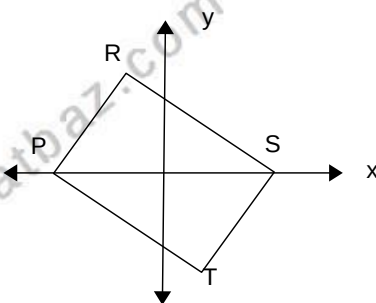
TEMEL KAVRAMLAR

- 9) Analitik koordinat düzleminde koordinatları $O(0,0)$ $A(6,0)$ $B(4,3)$ ve $C(0,7)$ olan dörtgenin alanı kaç birim karedir?

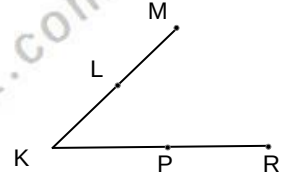
- 10) Analitik koordinat düzleminde koordinatları $M(1,-3)$ $N(2,5)$ ise $[MN]$ nı $\frac{|MK|}{|NK|} = 3$ oranında dıştan bölen K noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

- 11) $A(2,-1)$ noktasına uzaklığı $B(1,1)$ noktasına uzaklığının 2 katına eşit noktaların geometrik yer denklemini bulunuz.

- 12) Şekilde PRST dikdörtgendir. $R(-3,6)$ ve $P(-7,0)$ ise T noktasının koordinatları çarpımı kaçtır?

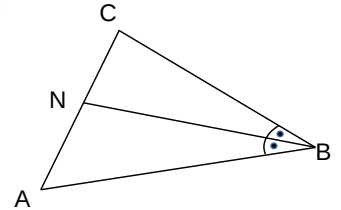


- 13) Şekilde $\frac{|KL|}{|LM|} = \frac{3}{2}$, P $[KR]$ nin orta noktası ve $K(1,2)$, $M(21,-18)$ ve $R(7,2)$ ise $|LP|$ kaç birimdir?



- 14) Analitik düzlemde verilen ABC üçgeninin ağırlık merkezi $G(6,-2)$ noktasıdır. $B(2,-2)$ ve $C(0,-4)$ olduğuna göre, ABC üçgeninin alanı kaç birim karedir?

- 15) ABC üçgeninde $[NB]$ B açısının açıortayı, $\frac{|BC|}{|BA|} = \frac{3}{2}$, $C(0,0)$ ve $N(9,-6)$ ise A noktasının koordinatları çarpımı kaçtır?



- 16) Analitik düzlemde verilen ABC üçgeninin ağırlık merkezi $G(2, 4)$ noktasıdır. $A(-1, 3)$ ise B ve C noktalarının koordinatları toplamını bulunuz.

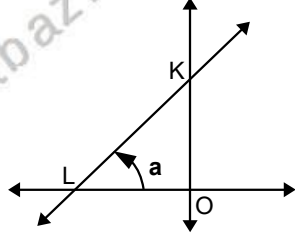
ANALİTİK GEOMETRİ – 2

EĞİM VE DOĞRU DENKLEMLERİ

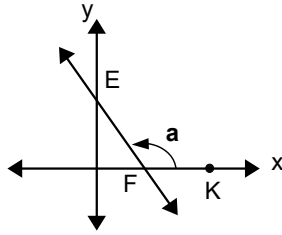
EĞİM KAVRAMI

Bir doğrunun Ox eksenine ile yaptığı pozitif yönlü açıya doğrunun eğim açısı denir. Şekli inceleyiniz.

Şekildeki KL doğrusunun eğim açısı OKL açısı olup eğim açısının ölçüsü de a dır.



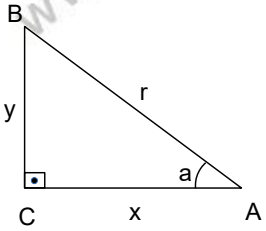
Şekildeki EF doğrusunun eğim açısı EFK açısı olup eğim açısının ölçüsü de a dır.

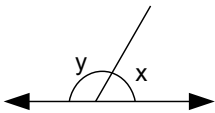


DOĞRUNUN EĞİMİ

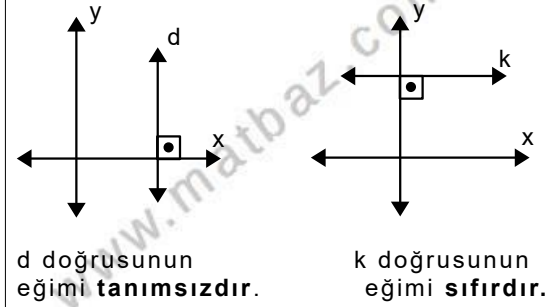
Eğim açısının tanjant değerine doğrunun eğimi denir.

HATIRLATMA

- 1)
- 
- $\tan a = \frac{y}{x}$
- $0^\circ < a < 90^\circ$ ise $\tan a > 0$ dır.
- $90^\circ < a < 180^\circ$ ise $\tan a < 0$ dır.

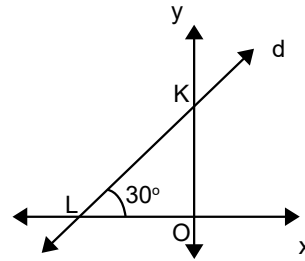
- 2)
- 
- $\tan y = -\tan x$ dir.

UYARI

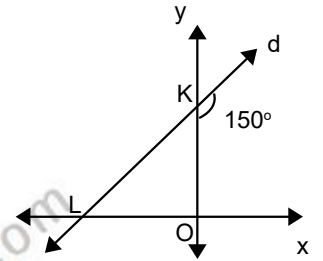


Örnek...1 :

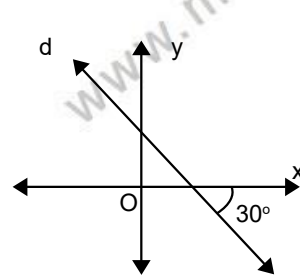
Şekildeki doğruların eğimlerini bulunuz.



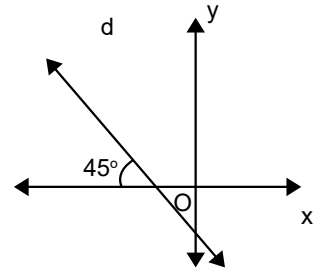
$$m_d =$$



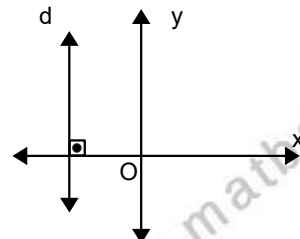
$$m_d =$$



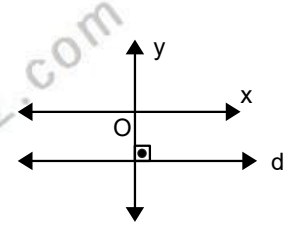
$$m_d =$$



$$m_d =$$



$$m_d =$$

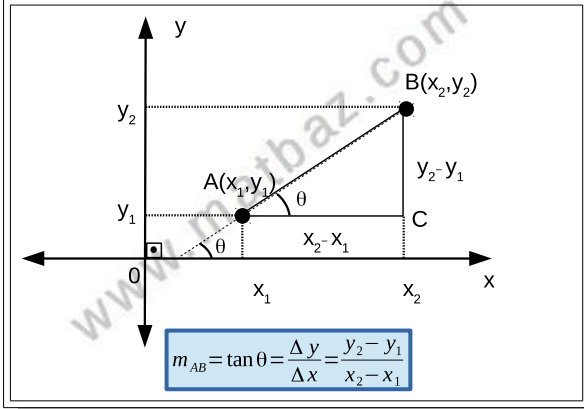


$$m_d =$$

ANALİTİK GEOMETRİ – 2

EĞİM VE DOĞRU DENKLEMLERİ

İKİ NOKTASI BİLİLEN DOĞRUNUN EĞİMİ



Örnek...2 :

K(3, 5) ve B(-2, 6) noktalarından geçen doğrunun eğimini bulunuz?

Örnek...3 :

K(1, -3) ve M(y, 4) noktalarından geçen doğrunun eğimi -2 ise y kaçtır?

Örnek...4 :

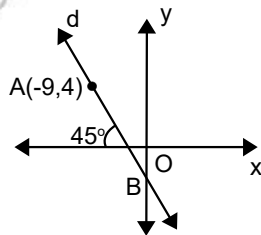
A(1, -3), B(-3, 2) ve C(m, 4) noktaları bir üçgenin köşeleri değilse (doğrusalsa) m kaçtır?

Örnek...5 :

K(3m, m+2n) ve L(m+5, 2n) noktalarından geçen doğru x eksenine 45° lik açı yapıyorsa m kaçtır?

Örnek...6 :

Şekle göre B noktasının ordinatı kaçtır?



Örnek...7 :

Dik koordinat düzleminde A(3,5), B(1,-6) ve O_x ekseninde bir C noktası veriliyor. |AC|+|BC| toplamı en az kaç birimdir ve C'nin koordinatları toplamı kaçtır?

DOĞRU DENKLEMİ

Bir doğru üzerindeki tüm (x,y) ikililerini birbirine bağlayan bağıntıya doğrunun denklemi denir. Doğru denklemleri genel olarak $ax+by+c=0$ biçiminde olup a, b, c rastgele sabitlerdir.

Örnek...8 :

$y-2x+3=0$ doğrusu üzerindeki nokta A(m, m-1) ise, m kaçtır?

Örnek...9 :

A(-2,3) ve B(8,5) noktalarının orta noktasından geçen doğrunun denklemi $y=m.x+1$ ise m kaçtır?

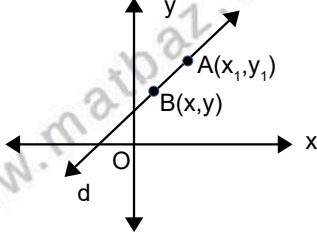
Örnek...10 :

Dik koordinat düzleminde $y = x+3$ doğrusu üzerinde bulunan ve orijine $3\sqrt{5}$ birim uzaklıkta olan noktanın koordinatları ne olabilir?

ANALİTİK GEOMETRİ – 2

EĞİM VE DOĞRU DENKLEMLERİ

A) EĞİMİ VE BİR NOKTASI BİLİNER DOĞRUNUN DENKLEMİ



Doğruya ait olan noktalardan eğim

$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1} \text{ olarak elde edileceğinden}$$

buradan doğrunun denklemi de

$$y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$$

olarak elde edilir

Örnek...11 :

K(2, -3) noktasından geçen ve eğimi 4 olan doğrunun denklemini bulunuz?

Örnek...12 :

Eğimi 3 olup A(2, 10) noktasından geçen doğrunun eksenleri kestiği noktaların koordinatları toplamı kaçtır?

Örnek...13 :

A(1, 5) noktasından geçen ve eğim açısı 60 derece olan doğrunun denklemini bulunuz?

Örnek...14 :

Dik koordinat düzleminde, O_x eksenini ile pozitif yönde 135° lik açı yapan ve P(7, -2) noktasından geçen doğrunun denklemi nedir?

Örnek...15 :

Eğimi -5 olan bir doğru üzerinde alınan iki noktanın apsisi farkı 3 ise ordinatları farkı kaçtır?

B) İKİ NOKTASI BİLİNER DOĞRUNUN DENKLEMİ

K(x_1, y_1) ve L(x_2, y_2) noktalarından geçen doğrunun önce eğimi $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ olarak bulunur. Sonra verilen noktalardan istenilen herhangi biri, bir noktası ve eğimi bilinen doğru denkleminde yerine yazılabilir ve buradan doğrunun denklemi de $y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$ olarak elde edilir.

NOT

$y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$ doğru denklemi genelde düzenlenerek $y = mx + n$ olarak yazılır.

eğim
 $y = m \cdot x + n$ y eksenini
kesim
noktası

Örnek...16 :

K(3, 2) ve L(4, 6) noktasından geçen doğrunun denklemi nedir?

ANALİTİK GEOMETRİ – 2

EĞİM VE DOĞRU DENKLEMLERİ

Örnek...17 :

A(3,6) noktasından ve orijinden geçen doğrunun denklemi nedir?

NOT

$ax+by+c=0$ denkleminin eğimini bulmak için y yalnız iken x in katsayısını buluruz. Düzenleme sonucunda $ax+by+c=0$ doğrusunun eğimi $m = -\frac{a}{b}$ olarak elde edilir.

Örnek...18 :

$3x-4y+19=0$ doğrusunun eğimi m_1 ve $x+4y+63=0$ doğrusunun eğimi m_2 ise m_1+m_2 toplamı kaçtır?

Örnek...19 :

Dik koordinat düzleminde

$$3x + 5y - 19 = 0$$

$$-12x + 3y - 12 = 0$$

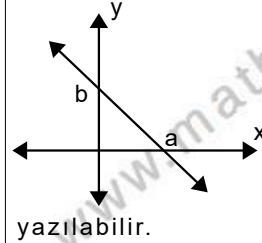
$$5x + y + \sqrt{2} = 0$$

$$4x - 4\sqrt{2}y + 7 = 0$$

denklemleri ile verilen doğrulardan hangilerinin O_x ekseni ile yaptığı pozitif yönlü açı dar açıdır?

C) ÖZEL DOĞRU DENKLEMLERİ

1) EKSENLERİ KESTİĞİ NOKTALAR BİLİNEN DOĞRUNUN DENKLEMİ

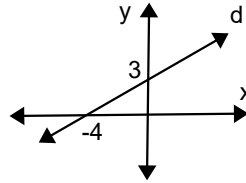


x eksenini A(a,0) ve y eksenini B(0,b) noktalarında kesen doğrunun denklemi kısaca $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ olarak yazılabilir.

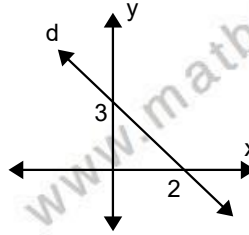
Örnek...20 :

Doğruların denklemlerini bulunuz?

1)



2)



Örnek...21 :

$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$ doğrunun eğimi kaçtır?

Örnek...22 :

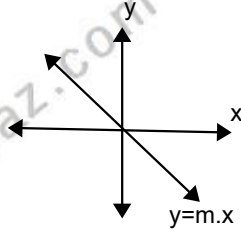
$\frac{x}{5} - \frac{y}{8} = 1$ doğrunun eksenlerle oluşturduğu bölgenin alanı kaç birim karedir?

ANALİTİK GEOMETRİ – 2

EĞİM VE DOĞRU DENKLEMLERİ

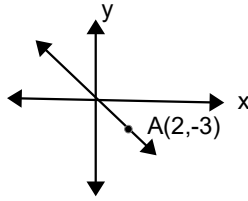
2) ORİJİNDEN GEÇEN DOĞRULAR

Orijinden geçen doğruların genel denklemi $y=m.x$ tir.



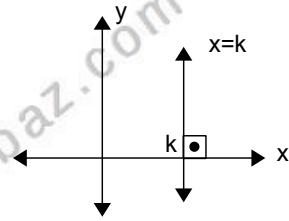
Örnek...23 :

Şekildeki doğrunun denklemini yazınız?

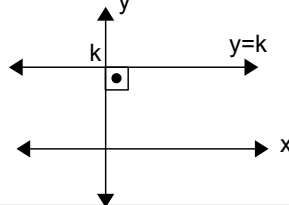


3) EKSENLERE DİK (PARALEL) DOĞRULAR.

i) x eksenine dik (y eksenine paralel) doğruların denklemleri $x=k$ biçimindedir.



ii) y eksenine dik (x eksenine paralel) doğruların denklemleri $y=k$ biçimindedir.



Örnek...24 :

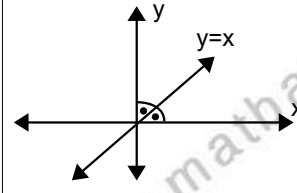
$A(a+2, b)$ $B(2a-3, c)$ noktalarından geçen doğru y eksenine paralelse a kaçtır?

Örnek...25 :

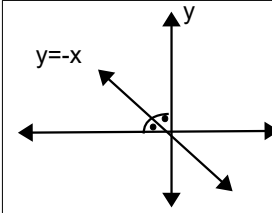
$K(b-2, b+1)$ ve $L(4+b, 2b+5)$ noktalarından geçen doğru x eksenine paralelse $|KL|$ kaç birimdir?

4) AÇIORTAY DENKLEMLERİ

i) 1. AÇIORTAY DOĞRUSU

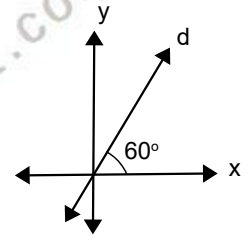
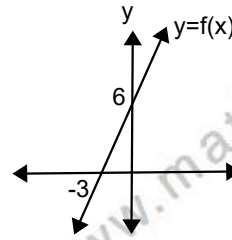


ii) 2. AÇIORTAY DOĞRUSU



Örnek...26 :

Doğruların denklemlerini yazınız.



Örnek...27 :

Ox eksenini $-3'$ te Oy eksenini $5'$ te kesen doğrunun denklemini bulunuz?

Örnek...28 :

$t \in \mathbb{R}$ olsun. $A(t+3, 3t-2)$ noktalarından geçen doğrunun denklemini nedir?

DOĞRUNUN GRAFİĞİNİN ÇİZİMİ

Bir doğru farklı iki noktayla belirlendiğinden grafik çizilirken doğruya ait iki nokta bulunur ve bu noktalardan geçecek şekilde doğru çizilir. Genelde $x=0$ için y değerini ve $y=0$ için x değerini bularak eksenleri kestiği noktalarla grafikleri çizeriz.

Örnek...29 :

$3x-2y+5=0$ doğrusunun grafiğini çiziniz?

Örnek...30 :

$5x+6y=0$ doğrusunun grafiğini çiziniz?

Örnek...31 :

$6x-8y-24=0$ doğrusunun eksenlerle oluşturduğu bölgenin alanı kaç br^2 dir?

Örnek...32 :

$4x-3y-24=0$ doğrusunun eksenlerle bölünen parçasının uzunluğu kaç birimdir?

Örnek...33 :

Bir köşesi $x+2y-8=0$ doğrusu diğer kenarları x ve y eksenleri üzerinde olan karenin alanı kaç br^2 dir?

Örnek...34 :

$\sqrt{3}x+y+n=0$ doğrusunun birinci bölgede kalan parçası $8\sqrt{3}$ birim ise orijinin bu doğruya uzaklığı kaç birimdir?

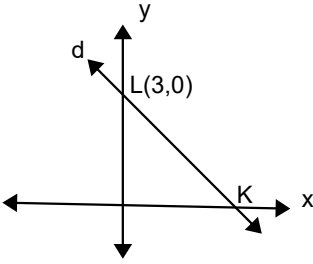
ANALİTİK GEOMETRİ – 2

EĞİM VE DOĞRU DENKLEMLERİ

DEĞERLENDİRME - 1

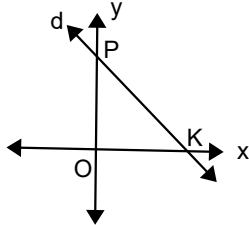
- 1) $K(3m, m+2n)$ ve $L(m+5, 2n)$ noktasından geçen doğru x eksenini pozitif yönde 45° lik açı yapıyorsa m kaçtır?

2)

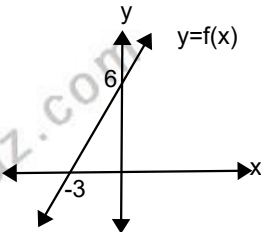


Şekildeki doğrunun eğimi $-0,5$ ise $\text{Alan}(\text{OKL})$ kaç birim karedir?

- 3) Şekildeki doğrunun denklemi $2x+3y-12=0$ ise orijinin bu doğru üzerindeki bir noktaya en kısa uzaklığı kaç birimdir?



- 4) Grafik $y=f(x)$ doğrusal fonksiyonuna aittir. Buna göre $f(4)$ kaçtır?



- 5) $K(1,2)$ noktasından geçen ve eğimi 5 olan doğrunun başka bir noktası $B(x+2, 4-3x)$ ise x kaçtır?

- 6) Dik koordinat düzleminde $A(1,1)$, $B(-1,7)$ ve O_y ekseninde bir C noktası veriliyor. $|AC| + |BC|$ toplamı en az iken C nin ordinatı kaç olur?

- 7) Eğimi 7 ve $A(1,3)$ noktasından geçen doğrunun denklemi nedir?

- 8) $(k+3).x - (2k-1).y - 24 = 0$ doğrusu x eksenine paralel ise k kaçtır?

ANALİTİK GEOMETRİ – 2

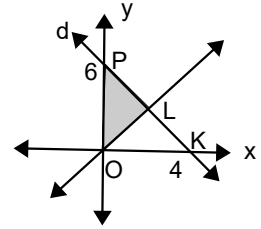
EĞİM VE DOĞRU DENKLEMLERİ

DEĞERLENDİRME – 2

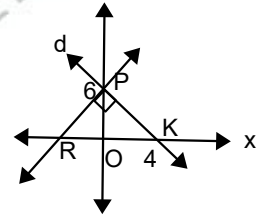
- 1) $t \in \mathbb{R}$ olsun. $A(3t, t-4)$ noktalarından geçen doğrunun eğimi kaçtır?
- 2) $t \in \mathbb{R}$ olsun. $A(t+3, 3t-2)$ noktalarından geçen doğrunun denklemi nedir?
- 3) p bir reel değişken olmak üzere, dik koordinat düzleminde, parametrik denklemi $x=5p-3$, $y=7-p$ olan doğrunun denklemi nedir?
- 4) $y=4x$, $4y=x$ ve $x=2$ doğruları arasında kalan bölgenin alanı kaç br^2 dir?

- 5) $\frac{x}{3} - \frac{y}{6} = 1$ ve $mx=4y+2$ doğruları x ekseninde kesişiyorlarsa bu doğruların eğimleri toplamı kaçtır?

- 6) Şekilde OPL üçgenin alanı 9 birim kare ise OL doğrusunun denklemini bulunuz?



- 7) $P(0,6)$ ve $K(4,0)$ noktaları veriliyor. Şekilde RP doğrusu ve KP doğrusu O_y ekseninde dik kesişiyor ise RP doğrusunun denklemini bulunuz.



- 8) $A\left(-1, \frac{16}{3}\right)$ ve $B(6,24)$ noktalarından geçen doğrunun koordinat düzleminin ikinci bölümünde eksenlerle oluşturduğu bölgenin alanı kaç birim karedir?

İKİ DOĞRUNUN BİRBİRİNE GÖRE DURUMU

DURUM 1 PARALEL DOĞRULAR

d_1 ve d_2 doğruları paralel doğrular ise eğimleri eşittir.
Yani $d_1 // d_2 \rightarrow m_1 = m_2$

$$\text{Ayrıca } \begin{cases} d_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ d_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases} \quad d_1 // d_2 \rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

Örnek...1 :

$mx + 3y + 12 = 0$ ve $2x - 5y + 3 = 0$ doğruları paralelse m kaçtır?

Örnek...2 :

$4x - 2y + 1 = 0$ ve $(p+q)x + qy - r = 0$ doğruları paralelse q 'nun p türünden eşiti nedir?

Örnek...3 :

$3x + 4y - 2 = 0$ doğrusuna paralel ve $A(3, -1)$ noktasından geçen doğrunun denklemini bulunuz.

DURUM 2 ÇAKIŞIK DOĞRULAR

d_1 ve d_2 doğruları çakışık doğrular ise bu doğrulardan birinin katı alınarak diğeri elde edilebilir.

Yani d_1, d_2 çakışık doğrular ise $d_1 = m \cdot d_2$ ($m \in \mathbb{R} - \{0\}$)

d_1, d_2 çakışık doğrular ve

$$\begin{cases} d_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ d_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases} \quad \text{için} \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} = k$$

Örnek...4 :

$4x + 7y + 3 = 0$ ve $qy + px + 12 = 0$ doğruları çakışık ise q ile p nin geometrik ortalaması nedir?

DURUM 3 KESİŞEN DOĞRULAR

d_1 ve d_2 doğrularının eğimleri aynı değil ise bu doğrular A gibi herhangi bir bir noktada kesişir.

Yani $m_1 \neq m_2 \rightarrow d_1 \cap d_2 = \{A\}$

Örnek...5 :

$ax - by + 2 = 0$ ve $2x + 5y + 3 = 0$ doğruları kesişiyorsa $\frac{a}{b}$ kaç olamaz?

ANALİTİK GEOMETRİ – 3

DOĞRULARIN DURUMU

ÖZEL DURUM : DİK DURUMLU DOĞRULAR

d_1 ve d_2 doğruları dik doğrular ise bu doğruların eğimleri çarpımı -1 dir.

Yani $d_1 \perp d_2$ dik doğrular ise $m_1 \cdot m_2 = -1$

d_1, d_2 dik doğrular ve

$$\left. \begin{array}{l} d_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ d_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{array} \right\} \text{ için } \frac{a_1}{b_1} \cdot \frac{a_2}{b_2} = -1$$

ispat

Örnek...6 :

$y=2x-3$ ve $mx+3y-2n=0$ doğruları dikse m kaçtır?

Örnek...7 :

$2x-3y+1=0$ doğrusuna paralel doğru $(3a-2)x+4y=-1$ doğrusuna dikse a kaçtır?

Örnek...8 :

$d_1 : (m+1)x + (m-1)y + 4 = 0$ ve $d_2 : mx + 4y - 3 = 0$ doğruları dikse m kaçtır?

Örnek...9 :

$5x-3y-237=0$ doğrusuna dik ve $A(1,2)$ noktasından geçen doğrunun denklemi nedir?

Örnek...10 :

Dik koordinat düzleminde, $2x-m y+1=0$ doğrusuna dik olan doğru $A(5,2)$ noktasından geçen $mx-ny+1=0$ doğrusuna paralelse n kaçtır?

Örnek...11 :

$y=-3$ doğrusuna dik ve $K(3,-2)$ noktasından geçen doğrunun denklemi nedir?

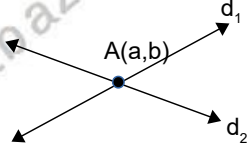
Örnek...12 :

$(a-2)x + (a+3)y - 8 = 0$ doğrusu x eksenine dikse x eksenini hangi noktada keser?

KESİM NOKTASI

İki doğru eğimleri eşit değilse kesişir. Şekli inceleyiniz.

Kesim noktasını bulmak için denklemlerin ortak çözümü araştırılarak (yok etme, yerine koyma) bulunur.

**Örnek...13 :**

$y-x+2=0$ ve $x+2y+13=0$ doğrularının kesim noktalarını bulunuz?

Örnek...14 :

$3x-2y+1=0$ ve $x+y-3=0$ ve $2x-y-p=0$ doğruları bir noktadan geçiyorsa p kaçtır?

Örnek...15 :

$2x+y-3=0$ ile $2x-y+d=0$ doğruları 2.açıortay üzerinde kesişiyorsa d kaçtır?

Örnek...16 :

Köşeleri $A(1,2)$, $B(3,4)$ ve $C(-2,5)$ olan ABC üçgeninde C köşesinden geçen yüksekliği üzerinde bulunduran doğrunun denklemi nedir?

Örnek...17 :

$6x-3y+15=0$ ve $5x+2y-1=0$ doğrularının kesim noktası ve orijinden geçen doğrunun denklemi nedir?

Örnek...18 :

$x-y+2=0$ ile $2x+y+1=0$ doğrularının kesim noktasını orijine birleştiren doğru parçasına dik durumlu olan doğrunun eğimi kaçtır?

Örnek...19 :

$x+y+1=0$, $x-y+4=0$ doğrularının kesim noktasından geçen ve $2x+3y+13=0$ doğrusuna paralel olan doğrunun denklemi nedir?

ANALİTİK GEOMETRİ – 3

DOĞRULARIN DURUMU

DEĞERLENDİRME

- 1) $y-3x+5=0$ doğrusuna ait ve $K(1,2)$ noktasına en yakın noktanın koordinatları toplamı kaçtır?

- 2) $5x+2y+10=0$ doğrusu ile Ox ekseninde dik kesişen doğrunun eksenlerle oluşturduğu üçgenin alanı kaç birim karedir?

- 3) $(a-2)x+(a+3)y-8=0$ doğrusu y eksenine dikse y eksenini hangi noktada keser?

- 4) $y-x+2=0$ ve $2x+3y+1=0$ doğrularının kesim noktalarını bulunuz

- 5) $x+y-3=0$ ile $x-y-2=0$ doğruları A noktasında kesişiyor. Bu doğruların x eksenini kestiği noktalar sırasıyla B ve C olsun. ABC üçgeninin ağırlık merkezi koordinatlarını bulunuz

- 6) $2x-3y+5=0$ ve $6x+y+2=0$ doğrularının geçtiği noktadan geçen ve birinci açıortaya dik doğrunun denklemi nedir?

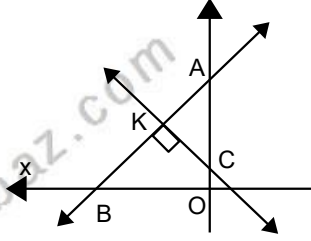
- 7) $3x-2y+1=0$ doğrusunun $K(0,1)$ noktasına en yakın noktasının koordinatı nedir?

- 8) $ax+y+1=0$, $2x-3y+4=0$ doğrularının sadece bir noktası ortaksa a kaç olamaz?

ANALİTİK GEOMETRİ – 3

DOĞRULARIN DURUMU

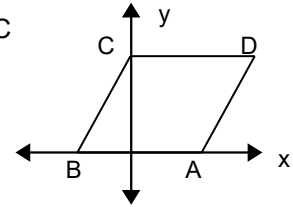
- 9) Şekilde A(6,0)
B(-8,0) ve C(0,1)
veriliyor
 $AB \perp KC$ ise K
kesim noktasının
koordinatlarını
bulunuz.



- 11) $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ ile $\frac{x}{a} - \frac{y}{3} = 1$ dik doğruları ile eksenler
arasında kalan bölgenin alanı kaç birim
karedir?

- 10) a bir reel değişken olmak üzere,
 $(a-2)x + (a+3)y - 12 = 0$ doğrularının geçtiği sabit
noktanın koordinatları çarpımı kaçtır?

- 12) Şekilde BADC
paralelkenar ve BC
doğrusunun
denklemi
 $2y - 3x = 12$ dir.
 $2|BO| = |AO|$
olduğuna göre,
AD doğrusunun
denklemini bulunuz?



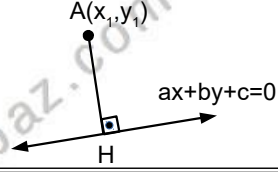
ANALİTİK GEOMETRİ – 4

NOKTANIN DOĞRUYA UZAKLIĞI

NOKTANIN DOĞRUYA UZAKLIĞI

$A(x_1, y_1)$ noktasının
 $ax+by+c=0$ doğrusuna
uzaklığı $|AH|=h$ ise

$$h = \frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} \text{ dir.}$$



Örnek...1 :

$A(-2, 5)$ noktasının, $-x+2y+5=0$ doğrusuna uzaklığı kaç birimdir?

Örnek...2 :

$A(1, 5)$ noktasının, $6x-8y+4=0$ doğrusuna uzaklığı kaç br?

Örnek...3 :

$A(1, 2)$ noktasının dik koordinat düzleminde $(x+2).(3y-1)-3xy = 0$ doğrusuna uzaklığı kaç birimdir?

Örnek...4 :

$A(1, 5)$ noktasının $mx+4y+m = 0$ doğrusuna uzaklığı $\frac{8\sqrt{5}}{5}$ br ise m kaç olabilir?

Örnek...5 :

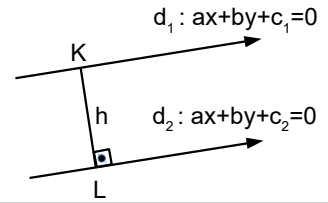
İki köşesi $x+3y-2=0$ doğrusu ve bir köşesi $A(1,2)$ noktası olan karenin alanı kaç birim karedir?

Örnek...6 :

Analitik düzlemde $P(m, -1)$ noktasının $7x + 24y + 5 = 0$ doğrusuna olan uzaklığı 5 birim ise m nin değeri kaçtır?

PARALEL İKİ DOĞRU ARASI UZAKLIK

$d_1: ax+by+c_1=0$ ve
 $d_2: ax+by+c_2=0$
paralel doğruları
arası uzaklık
 $|KL|=h$ ise
 $h = \frac{|c_1-c_2|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ dir.



UYARI

Kesişen doğrular arası uzaklık 0 kabul edilir.

Örnek...7 :

$d_1: 3x+y+2=0$ ve $d_2: 3x+y-18=0$ ise d_1 ile d_2 paralel doğruları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

Örnek...8 :

$d_1: x-2y+2=0$ ve $d_2: (m-2)x+6y-8=0$ ise d_1 ile d_2 paralel doğruları arasındaki uzaklık kaç br dir?

Örnek...9 :

$5x-3y+8=0$ ve $6y-10x+18=0$ doğrularına teğet olan çemberin çevresi kaçtır?

ANALİTİK GEOMETRİ – 4

NOKTANIN DOĞRUYA UZAKLIĞI

DEĞERLENDİRME

1) $A(3,4)$ noktasının $3x+4y-2=0$ doğrusuna uzaklığı kaç birimdir?

2) Bir köşesi $A(3,4)$ noktası ve iki köşesi $6x-8y+5=0$ doğrusunda olan eşkenar üçgenin çevresi kaç birimdir?

3) $x+y-2=0$ ve $x-y+6=0$ doğrularının kesim noktasının $3x-4y+5=0$ doğrusuna uzaklığı kaç birimdir?

4) $x+3y-2=0$ doğrusuna $\sqrt{10}$ birim uzaklıktaki noktaların geometrik yer denklemini bulunuz?

5) $2x-y+5=0$ ile $4x-2y+3=0$ doğruları arası uzaklık kaç birimdir?

6) Bir kenarı $x+2y+4=0$ ve bu kenara komşu olmayan kenarı $mx-y+2=0$ doğrusu üzerinde olan karenin köşegen uzunluğu kaç birimdir?

7) $A(1, 2)$ noktasının dik koordinat düzleminde $(x+3).(5y-2)-5xy = 0$ doğrusuna uzaklığı kaç birimdir?

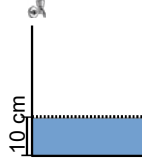
8) $5x-3y+8=0$ ve $6y-10x+18=0$ doğruları arasına çizilebilecek en büyük dairenin alanı kaç birim karedir?

İKİ NİCELİK ARASINDAKİ İLİŞKİ

$y=f(x)$ fonksiyonunda x ' e bağımsız değişken, y ' ye ise bağımlı değişken denir.
Örneğin zamana göre bir hareketlinin V hızı ile aldığı yol fonksiyonu $S(t)=V.t$ ise buradaki t (süre) bağımsız, S (alınan yol) bağımlı değişkendir.

Örnek...1 :

Bir depoda 10 cm yüksekliğinde su vardır. Deponun üstündeki musluktan akan su her saatte su yüksekliğini 7 cm arttırmaktadır. x saat sonra depodaki suyun yüksekliği $h(x)$ olduğuna göre, $h(x)$ fonksiyonunu yazınız?



Örnek...2 :

Bir oto kiralama şirketi müşterilerinden kira ücreti olarak 1. gün 60 lira ve daha sonraki her bir gün için 40 lira ücret talep etmektedir. Buna göre ödenen ücreti, kiralama süresinin (gün) bir fonksiyonu olarak yazıp 1 haftalık kira ücretinin kaç lira olduğunu bulalım.

Örnek...3 :

Isıtılan bir cismin ölçülen sıcaklığının zamana göre değişimi tabloda verilmiştir.

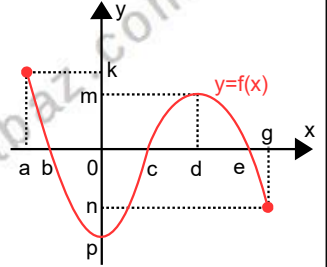
zaman(dakika)	0	1	2	3
sıcaklık(°C)	22	25	28	31

Değişimin aynı şekilde devam edeceğini varsayarak

- koordinat düzleminde sıcaklık zaman ikililerini gösteriniz
- cismin sıcaklığını zamanın bir fonksiyonu olarak ifade ediniz
- bu cismin sıcaklığı 11. dakikada kaç derece olur?

FONKSİYONUN EKSENLERİ KESİM NOKTALARI

$y=f(x)$ fonksiyonunun x eksenini kestiği noktaların apsisi b, c, e dir. Bu noktalar $f(x)=0$ denkleminin kökleridir.
 $y=f(x)$ in y eksenini kestiği nokta ise $(0,p)$ noktasıdır.

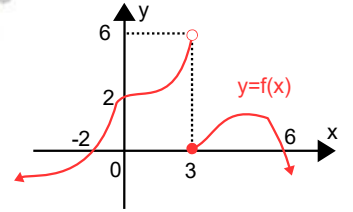


Örnek...4 :

$f(x)=\frac{mx+n}{3x+2}$ fonksiyonunun grafiği Oy eksenini ordinatı 3 olan noktada, Ox eksenini de apsisi -1 olan noktada kesmektedir. Buna göre $f(2)$ kaçtır?

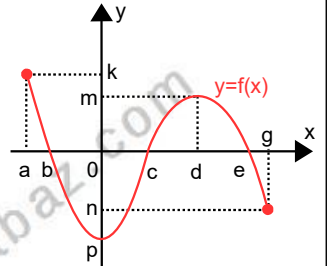
Örnek...5 :

$y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Buna göre $(f \circ f)(x+2)=2$ denklemini sağlayan x değerleri toplamı kaçtır?



FONKSİYONUN POZİTİF NEGATİF OLDUĞU ARALIKLAR

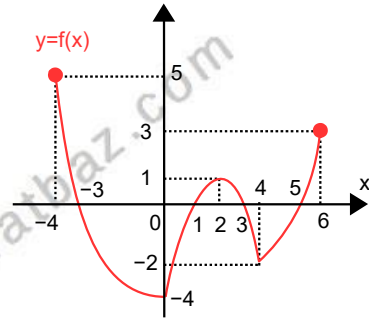
Analitik düzlemde grafiği verilen $y=f(x)$ fonksiyonu, x ekseninin üst tarafında pozitif değerler alırken, x ekseninin alt tarafında negatif değerler alır.
 $f: [a,g] \rightarrow [p,k]$ tanımlanan $y=f(x)$ fonksiyonu $[a,b) \cup (c,e)$ aralığında pozitif değerler, $(b,c) \cup (e,g)$ aralığında ise negatif değerler alır.



Örnek...6 :

$y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

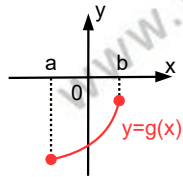
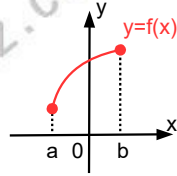
Fonksiyonun pozitif ve negatif olduğu aralıkları yazınız.



FONKSİYONUN ARTAN AZALAN OLDUĞU ARALIKLAR
ARTAN FONKSİYON

$f:A \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu verilsin. Her $x_1 \in B \subset A$ için $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ ise f fonksiyonuna A kümesinde artan fonksiyon denir.

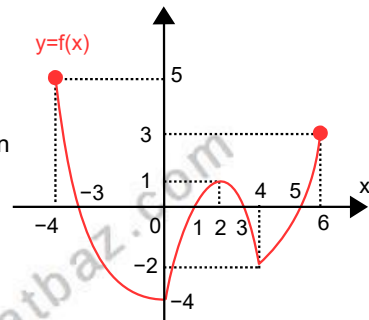
$y=f(x)$ fonksiyonu $[a, b]$ aralığında pozitif artandır.



$y=g(x)$ fonksiyonu $[a, b]$ aralığında negatif artandır.

Örnek...7 :

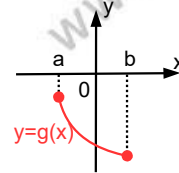
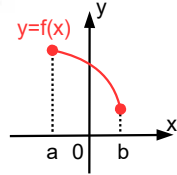
$y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Fonksiyonun artan olduğu aralıkları yazınız.



AZALAN FONKSİYON

$f:A \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu verilsin. Her $x_1 \in B \subset A$ $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ ise f fonksiyonu B kümesinde azalan fonksiyondur denir.

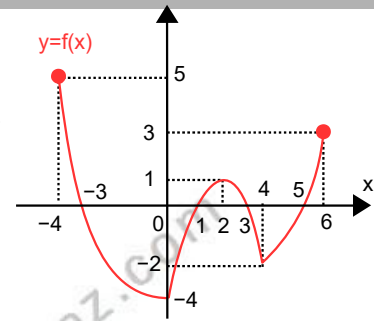
$y=f(x)$ fonksiyonu $[a, b]$ aralığında pozitif değerli ve azalandır.



$y=g(x)$ fonksiyonu $[a, b]$ aralığında negatif değerli ve azalandır.

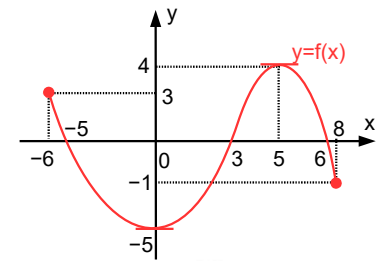
Örnek...8 :

$y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Fonksiyonun azalan olduğu aralıkları yazınız.



Örnek...9 :

$y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Fonksiyonun negatif değerli ve azalan olduğu aralığındaki x tamsayılarının toplamı kaçtır?



FONKSİYONUN MAKSİMUM MİNİMUM DEĞERLERİ

$f:A \rightarrow \mathbb{R}$ verilsin.

Her $x \in A$ için

$f(x) \leq f(x_0)$

olacak şekilde

bir $x_0 \in A$ sayısı

varsa $(x_0, f(x_0))$

noktasına f nin

(mutlak)

maksimum

noktası;

her $x \in A$ için

$f(x) \geq f(x_1)$ olacak şekilde bir $x_1 \in A$

sayısı varsa

$(x_1, f(x_1))$ noktasına f nin (mutlak)

minimum noktası denir. Tanım kümesinin

alt aralıklarında benzer karşılaştırmalar

kurularak yerel maksimum ya da

minimumlar da tanımlanır. Bunu

yapabilmek için maksimum ya da

minimum olacak noktayı kapsayacak

civara (noktayı içine alan herhangi bir

aralığa) bakılır.

Şekli inceleyiniz.

$y=f(x)$ fonksiyonu x_1, x_3, x_5 apsisli

noktalarda yerel maksimum değerler,

x_2, x_4, x_6 apsisli noktalarda ise yerel

minimum değerler alır.

Bu değerlere (minimum ya da

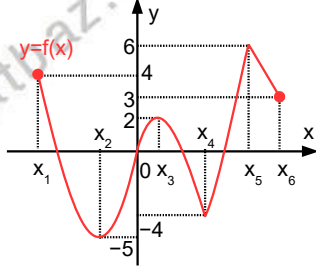
maksimum) ekstremum noktaları da

denir. Yerel ekstremumların birden fazla

olabileceğine dikkat ediniz. (Bu konu

türev konusu içerisinde detaylı olarak

incelenecektir)



ORTALAMA DEĞİŞİM HIZI VE KESENİN EĞİMİ

Bir nesnede birim zamanda meydana gelen değişime ortalama değişim hızı denir. Yani iki değişkenden birinin değişim miktarının, diğerinin değişim miktarına oranı **değişim hızını** verir.

Örneğin, Ayşe' nin kilosunun yaşına göre değişim hızı,

$$\text{Değişim Hızı} = \frac{\text{Kilo değişim miktarı}}{\text{Yaş değişim miktarı}} \text{ dır.}$$

$y = f(x)$ doğrusal fonksiyonu genellikle, $f(x)=m \cdot x+n$ biçiminde yazılır. Bu fonksiyonun y sinin x ine göre değişim hızına doğrunun eğimi denir. Eğim genellikle "m" harfi ile gösterilir.

$$\text{Değişim Hızı} = \frac{y \text{ deki değişim miktarı}}{x \text{ deki değişim miktarı}} = \text{Eğim}$$

(Doğrusal fonksiyonlarda ortalama değişim hızı sabittir)

Örnek...11 :

Yaş (yıl)	Kilo (kg)
12	33
15	39
20	51

Ayşe' nin yaş – kütle tablosu verilmiştir. Ayşe' nin kütlesinin yaşına göre değişim hızını farklı zaman aralıkları için bulunuz?

Örnek...10 :

$y=f(x)$

fonksiyonunun

grafığı

verilmiştir.

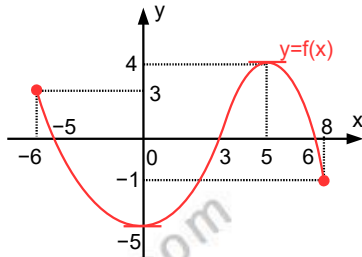
Fonksiyonun

maksimum ve

minimum değer

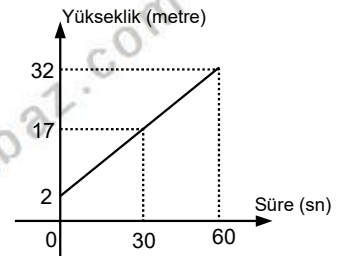
aldığı apsislerin

toplamı kaçtır?



Örnek...12 :

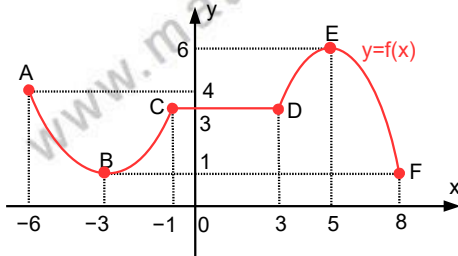
Ali elindeki uçan balonu kaçırıyor. Başlangıçta yerden 2 metre yükseklikte ki balonun yüksekliğinin zamana (saniye) göre değişim grafiği yanda verilmiştir. Balonun yüksekliğinin zamana göre değişim hızı kaçtır?



UYARI

Değişim hızı (eğim) **pozitif, negatif** ve **sıfır** olabilir.

Örnek...13 :

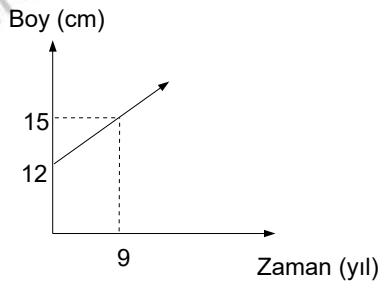


$y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Aşağıda verilen aralıklarda $y=f(x)$ fonksiyonunun ortalama değişim hızını bulunuz?

- a) $[-6, -3]$ b) $[-3, -1]$
c) $[-1, 3]$ d) $[3, 5]$
e) $[5, 8]$

Örnek...14 :

Grafik bir bitkinin boyunun zamana göre değişimini vermektedir buna göre bitkinin boyu kaç yıl sonra 45 cm olur?



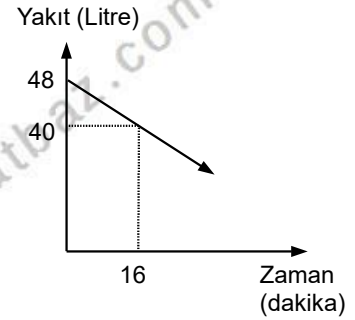
1.yol geometri kullanarak

2. yol eğim ile

3. yol doğru denklemi ile

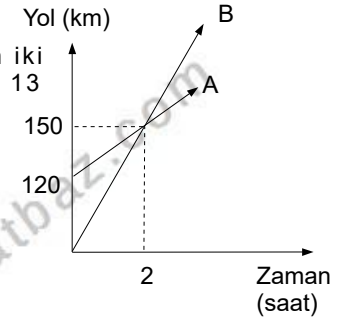
Örnek...15 :

Şekilde bir aracın yakıt deposundaki benzinin zamana bağlı değişimi görülmektedir. Hızı dakikada 18 metre olan bu araç durana kadar kaç km yol alır?



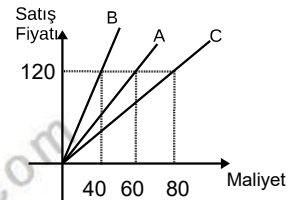
Örnek...16 :

Aynı anda harekete başlayan iki araç arası mesafe 13 saat sonra kaç km olur?



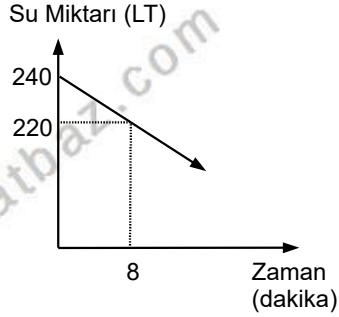
Örnek...17 :

Bir fabrikada üretilen bir malın maliyet ve satış fiyatları grafikte verilmiştir. Buna göre bu mallardan birim satışta elde edilen kar yüzdeleri kaçtır?

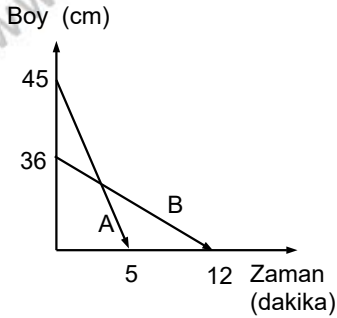


Örnek...18 :

Şekil hacmi 240 litre olan bir havuzun tabanındaki bir musluğun açılmasıyla havuzda kalan su miktarının zamana göre değişimi verilmiştir. Havuz doluyken bu musluğa eş bir musluk havuzu boşaltacak şekilde havuzun tam ortasına konulursa havuz kaç saatte boşalır?



Örnek...19 :



Şekilde aynı anda yakılan mumların boylarının zamana göre değişimi verilmiştir. Buna göre kaçta bir mumun boyu diğerinin iki katı olur?

FONKSİYON SAYILARI (HATIRLATMA)

$s(A)=a$ ve $s(B)=b$ olmak üzere A dan B ye

1) Toplam fonksiyon sayısı b^a tanedir.

2) Sabit fonksiyon sayısı b tanedir.

3) $P(b,a)=\frac{b!}{(b-a)!}$ ($a \leq b$) tane birebir fonksiyon tanımlanabilir.

Örnek...20 :

Doğal sayılar kümesinden bir basamaklı asal sayılar kümesine kaç farklı sabit fonksiyon tanımlanır?

Örnek...21 :

$A=\{0,1,2,(3,4),5\}$ kümesinden

$B=\{x:x \in \mathbb{Z}, x^2 \leq 25\}$ kümesine kaç farklı birebir olmayan fonksiyon tanımlanır?

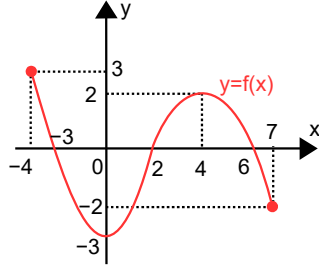
Örnek...22 :

$A=\{1,2,3,4\}$ kümesinden $B=\{a,b,c,d,e\}$ kümesine $f(1)=a$ olacak şekilde en çok kaç farklı birebir fonksiyon tanımlanır?

DEĞERLENDİRME

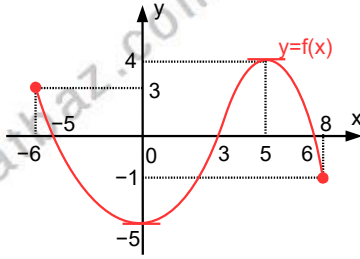
- 1) $A=\{1,2,3,4\}$ kümesinde tanımlanabilen içine fonksiyon sayısı kaçtır? (A dan A ya)

- 2) $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. $f(x)<0$ eşitsizliğini sağlayan tam sayı apsiserin toplamı kaçtır?

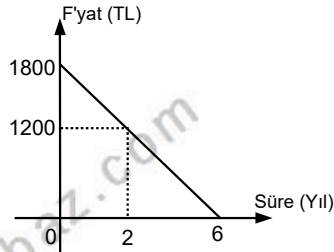


5

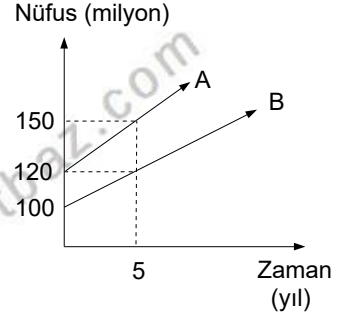
- 3) $y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Fonksiyonun azalan olduğu aralıktaki x tamsayılarının toplamı kaçtır?



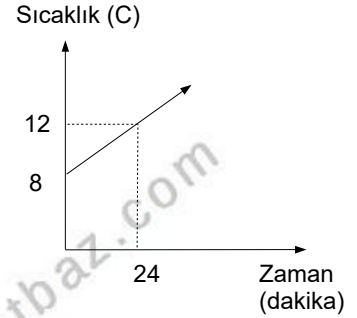
- 4) Bir akıllı telefonun üretildiği tarihten itibaren fiyatında ki değişim grafiği verilmiştir. Akıllı telefonun fiyatının zamana göre değişim hızı kaçtır?



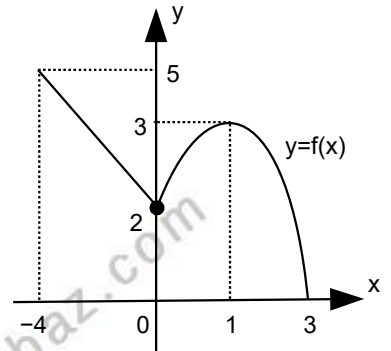
- 5) Şekilde A ve B ülkelerinde nüfusun zaman bağıli değişimi verilmiştir buna göre bu iki ülke nüfusu arasındaki fark 90 milyon olur?



- 6) Şekilde bir A maddesinin sıcaklığının zamana göre değişimi veriliyor. Bu maddenin sıcaklığı kaçınıcı dakıda 38 derece olur?



- 7) $[-4,3]$ aralığında grafiği şekildeki gibi olan $y=f(x)$ fonksiyonunun aşağıda verilen aralıklarda ortalama değişim hızını bulunuz?



- a) $[-4, 0]$
b) $[0, 1]$
c) $[-4, 3]$

FONKSİYONLARDA UYGULAMALAR-2

PARABOL

PARABOL

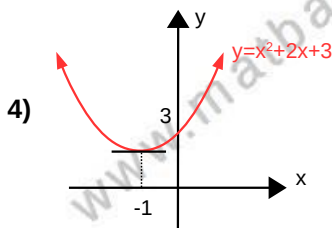
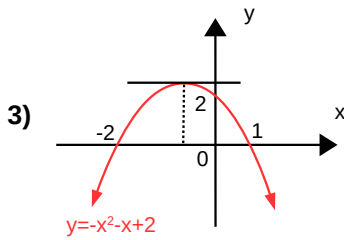
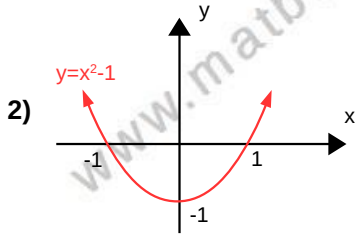
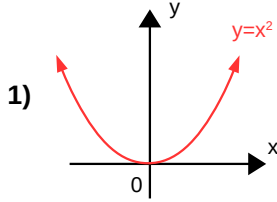
$a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ olmak koşuluyla $f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonuna ikinci dereceden bir değişkenli fonksiyon ve bu fonksiyonun belirttiği eğriye de parabol denir.

Örnek...1 :

$f(x) = 2x^2 - 5x + 6$ parabolü $K(2, p)$ noktasından geçiyorsa p kaçtır?

Örnek...2 :

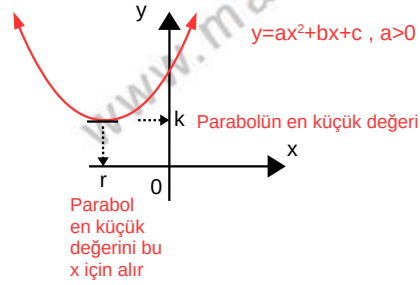
Aşağıda çeşitli parabol grafikleri verilmiştir inceleyiniz.



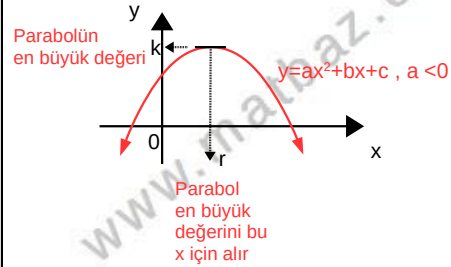
Uyarı

Bir parabolün grafiği başkatsayı olan a sayısına bağlı olarak iki şekilde olabilir.

$a > 0$ için kollar yukarı ve parabol bir en küçük değere (minimum) sahip,



$a < 0$ için kollar aşağı ve parabol bir en büyük değere (maksimum) sahiptir



Her iki durumda da elde edilen ekstremum (yani en küçük veya en büyük değer) tepe noktası denilen noktada elde edilir. (Tanım kümesi tüm reel sayılar)

Tepe noktası, apsisi $x = r = \frac{-b}{2a}$ olan $T(r, f(r))$ olan noktasıdır.

$x = r$ doğrusuna simetri eksenini de denir.

Burada $f(r)$ değeri $a > 0$ için parabolde x 'e verilebilecek tüm değerler için en büyük görüntü değeridir. (benzer şekilde $a < 0$ en küçük görüntü değeridir.)

Örnek...3 :

Aşağıda reel sayılarda tanımlanmış fonksiyonlar verilmiştir. Fonksiyonların tepe noktalarını bulunuz ve bulduğunuz değer en büyük mü en küçük mü olduğunu belirtiniz

1) $f(x)=x^2-4x+6$

2) $f(x)=2x^2-8x+1$

3) $f(x)=x+6-x^2$

Örnek...4 :

$f(x)=24x+8-mx^2$ fonksiyonunun simetri eksenini $x=2$ doğrusu ise m kaçtır?

Örnek...5 :

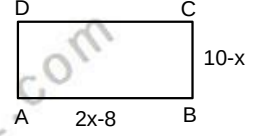
$f(x)=2x^2-12x+p$ fonksiyonunun en küçük değeri -4 ise p kaçtır?

Örnek...6 :

$f(x)=x^2-(k-2)x+k-23$ fonksiyonunun tepe noktası Oy eksenindeyse bu parabolün en küçük değeri kaçtır?

Örnek...7 :

Şekilde bir kenarı $2x-8$, diğer kenarı $10-x$ olan dikdörtgen veriliyor. Bu dikdörtgenin alanı en çok kaç birim karedir?

**Örnek...8 :**

Türk lirası olarak x alış ve y satış fiyatına sahip bir malın satış ve alış fiyatı arasında $y=13x-x^2-20$ bağıntısı vardır. Bu alışverişte kar en fazla kaç TL olur?

PARABOLÜN GRAFİĞİ

Bir parabol grafiği daima y eksenini keser. Bu nokta için $x=0$ verilerek ordinat elde edilir.

Grafiğin x eksenini kesme durumu $y=ax^2+bx+c=0$ denkleminin çözüm kümesine bağlıdır.

Örnek...9 :

$f(x)=x^2-7x+12$ fonksiyonunun eksenleri kestiği noktaları bulunuz.

Örnek...10 :

$f(x)=x^2-4x-32$ fonksiyonunun eksenleri kestiği noktaları köşe kabul eden üçgenin alanı kaç birim karedir?

Örnek...11 :

$f(x)=x^2-4x+m$ fonksiyonunun x eksenini kestiği noktalar arasındaki mesafe 5 birim olduğuna göre, m kaçtır?

Örnek...12 :

$f(x)=mx^2-4x+2$ fonksiyonunun Ox eksenine teğet olması için m kaç olmalıdır?

Örnek...13 :

$f(x)=(p-2)x^2-4x+p+2$ fonksiyonunun Ox eksenine negatif tarafta teğet olması için p kaç olmalıdır?

 $y=ax^2+bx+c$ Parabolünün Çizimi

1. Grafik y eksenini (0,c) noktasında keser

2. $y=f(x)=ax^2+bx+c$ parabolünde $\Delta=b^2-4ac$ olmak üzere a) $\Delta>0$ için parabol x eksenini 2 farklı noktada keser

b) $\Delta<0$ için parabol x eksenini kesmez

c) $\Delta=0$ için parabol x eksene teğettir.

3. Grafik $x=r=-\frac{b}{2a}$ dan geçen doğruya göre simetrik olup $T(r,k)$ için a'nın durumuna göre en büyük veya en küçük değerini alır

4. Grafik eksenleri kestiği nokta(lar) ve tepe noktasından geçecek biçimde çizilir. ($a>0$ için kollar yukarı $a<0$ için kollar aşağı yönlü)

Sınırlı aralıkta tanımlı paraboller çizilirken önce parabolün tamamını çizer sonra istenmeyen kısmı atarız.

Örnek...14 :

Parabolleri reel sayılarda tanımlı olarak çiziniz

1) $y=f(x)=x^2-4x-32$

2) $y=-x^2-6x$

3) $y=x^2+2x+3$

4) $y=x^2-10x+25$

Örnek...15 :

Fonksiyonları tanım kümesi $[-1,6)$ olarak çiziniz

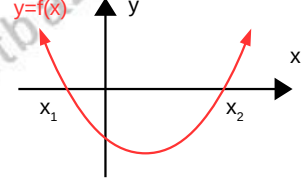
1) $f(x)=x^2-4x-32$

2) $f(x)=x^2+6x-7$

GRAFIĞİ VERİLEN PARABOLÜN DENKLEMİNİN BULUNMASI

A) x eksenini kestiği noktaları bilinen parabol

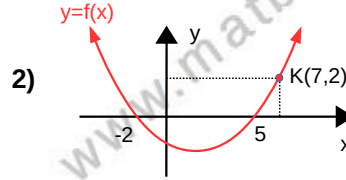
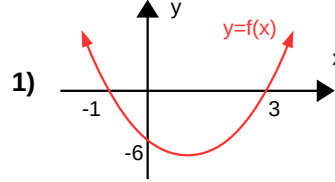
Şekildeki parabolün denklemi



$y=f(x)=a(x-x_1)(x-x_2)$ olarak ifade edilebilir. Burada a'yı bulmak için daha önceki noktalardan farklı bir nokta kullanırız.

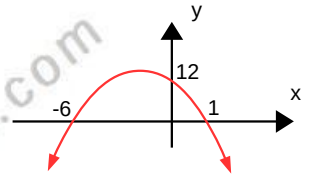
Örnek...16 :

Parabollerin denklemlerini oluşturunuz



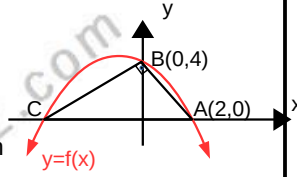
Örnek...17 :

Şekildeki parabol x eksenini $A(-6,0)$ ve $B(1,0)$ noktalarında C eksenini ise $C(0,12)$ noktasında kesiyor. Parabolün tepe noktasını bulunuz?



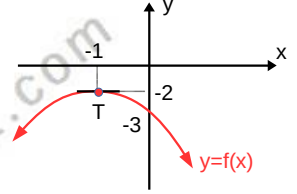
Örnek...18 :

Şekildeki parabol x eksenini A(2,0) ve C, y eksenini ise B(0,4) noktalarında kesiyor. ABC dik üçgendir. Fonksiyonun görüntü kümesindeki en büyük sayıyı bulunuz?



Örnek...20 :

Tepe noktası T(-1,-2) olan ve y eksenini R(0,-3) noktasında kesen parabolün denklemi $f(x)=ax^2+bx+c$ olduğuna göre, $a+b+c$ değerini bulunuz

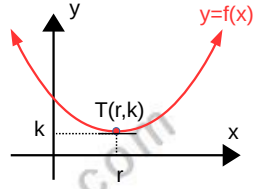


B) Tepe Noktası verilen parabolün denklemi

Şekildeki parabolün denklemi

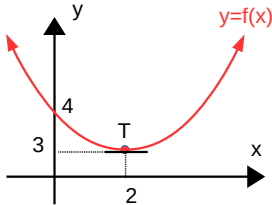
$y=f(x)=a(x-r)^2+k$ olarak ifade edilebilir.

Burada a yı bulmak için daha önceki noktalardan farklı bir nokta kullanırız.



Örnek...19 :

Tepe noktası T(2,3) olan ve y eksenini L(0,4) noktasında kesen parabolün denklemini bulunuz

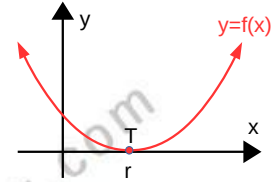


C) x eksenine teğet parabolün denklemi

Şekildeki parabolün denklemi

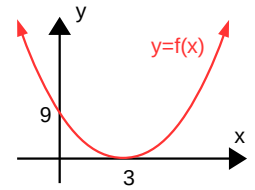
$y=f(x)=a(x-r)^2$ olarak ifade edilebilir.

Burada a yı bulmak için daha önceki noktalardan farklı bir nokta kullanırız. (Bu şekildeki grafiği istersek tepe noktası x ekseninde olan grafik ya da çakışık ve kökleri r olan parabol olarak da yorumlayabiliriz)



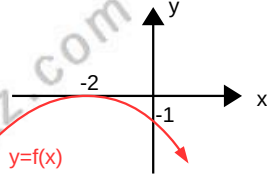
Örnek...21 :

Şekilde A(3,0) noktasında x eksenine teğet parabol y eksenini B(0,9) noktasında kesiyorsa parabolün denklemini bulunuz.



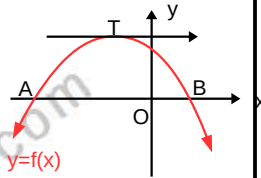
Örnek...22 :

Şekilde K(-2,0) noktasında x eksenine teğet $y=f(x)$ parabolü y eksenini B(0,-1) noktasında kesiyorsa $f(1)$ değeri kaçtır?



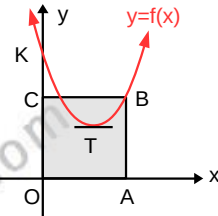
Örnek...23 :

Şekilde denklemi $y=-x^2-4x+k+2$ olan parabolün grafiği veriliyor. 5. $|OB|=|AO|$ ise T noktasının koordinatları çarpımı kaçtır?



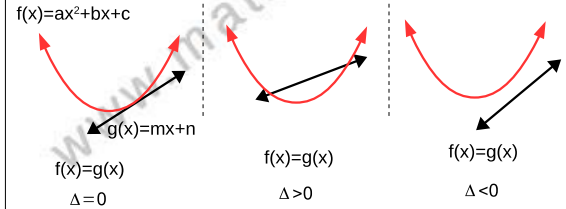
Örnek...24 :

Şekilde tepe noktası T(3,1) olan parabol y eksenini K(0,10) noktasında kesiyor. OABC karesinin B köşesi parabol üzerindedir. Bu karenin alanı kaç birim karedir?



DÜZLEMDE PARABOL VE DOĞRUNUN DURUMLARI

Parabol ve doğru düzlemde üç durumda bulunabilir. Bu durumlar ortak çözüm yapılarak araştırılır.



Örnek...25 :

$y=x+2$ doğrusu ile $y=x^2$ parabolünün kesim noktaları arası mesafe kaç birimdir?

Örnek...26 :

$y=6x+k$ doğrusu ile $y=4x^2$ parabolü teğetse k kaçtır?

Örnek...27 :

$y=x+k$ doğrusu ile $x^2=4y$ parabolünü kesmiyorsa k nasıl seçilmelidir?

Örnek...28 :

$y=x^2+px+4$ parabolüne orjinden çizilen teğetler dikse p nin alabileceği değerlerin çarpımı kaçtır?

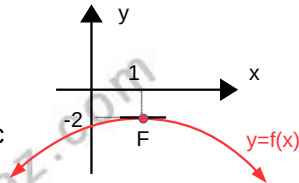
DEĞERLENDİRME

- 1) $f(x) = 2x^2 - 6x - m$ parabolü x eksenine teğettir. Bu parabolün y eksenini kestiği noktanın ordinatı nedir?

- 2) $f(x) = x^2 - 5x - 12$ parabolü üzerindeki bir noktanın koordinatları toplamı en az kaçtır?

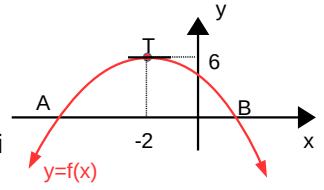
- 3) $2x + y = 9$ doğrusu üzerindeki bir noktanın koordinatları çarpımı en çok kaçtır?

- 4) Şekilde tepe noktası $F(1, -2)$ olan $y = x^2 + (b-3)x + c$ parabolü veriliyor. $b+c$ kaçtır?

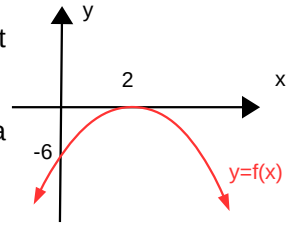


- 5) $f: [-4, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x + 8$ fonksiyonunun görüntü kümesinde kaç farklı tamsayı vardır?

- 6) Şekilde tepe noktası T noktası olan parabol verilmiştir. Buna göre A ve B noktalarının apsisi toplamı kaçtır?



- 7) Şekilde Ox eksenine $A(2, 0)$ noktasında teğet olan ve denklemleri $f(x) = ax^2 + bx + c$ olan parabol verilmiştir. Buna göre $a+b+c$ kaçtır?

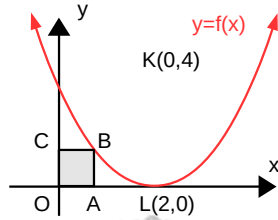


FONKSİYONLARDA UYGULAMALAR-2

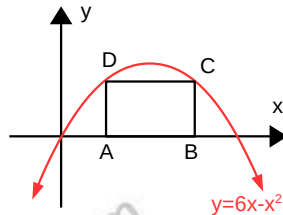
PARABOL

- 8) $f(x)=(p+3)x^2-4x+p-3$ fonksiyonunun Ox eksenine pozitif tarafta teğet olması için p kaç olmalıdır?

- 9) Şekilde L(2,0) noktasında x eksenine teğet parabol y eksenini K(0,4) noktasında kesiyor. OABC karesinin alanı kaç birim karedir?



- 10) Şekildeki ABCD dikdörtgeninin D ve C köşeleri $y=6x-x^2$ parabolü üzerinde AB kenarı da x eksenindedir. Dikdörtgenin çevresi en çok kaç birim kare olabilir



- 11) $y = x^2 + x$ parabolü ile $y = 3x$ doğrusunun kesim noktaları arası mesafe kaç birimdir?

- 12) $y = m x^2 - 5 x$ parabolü ile $y = x + 1$ doğrusunun teğet olması için m kaç olmalıdır?

- 13) Bilgi: Bir parabol ve bu parabol ile kesişmeyen bir doğru verildiğinde, parabol üzerinde doğruya en yakın nokta parabole teğet olan ve eğimi verilen doğru ile aynı olan doğrunun parabol ile ortak noktasıdır.

$f(x) = x^2 + 3$ fonksiyonu ve $y = 2x + 1$ doğrusu veriliyor. Buna göre,

- a) parabol üzerinde doğruya en yakın noktanın koordinatlarını bulunuz
b) doğru üzerinde parabole en yakın noktanın koordinatlarını bulunuz.

Örnek...1 :

$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x$ (birim-etkisiz) fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Örnek...2 :

$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x^2$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

Örnek...3 :

$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x^3$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

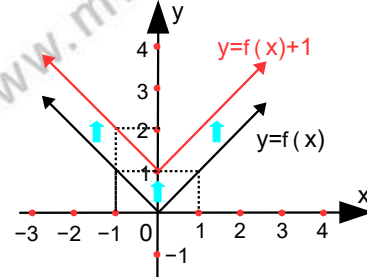
Çift fonksiyonların grafikleri y eksenine göre simetriktir.

Tek fonksiyonların grafikleri orijine göre simetriktir.

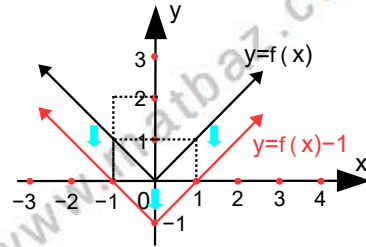
FONKSİYONLARDA ÖTELEME

1. Y EKSENİNDE ÖTELEMELER

a) $y=f(x)$ fonksiyonu verildiğinde $k \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere, $y=f(x)+k$ fonksiyonunu çizmek için $y=f(x)$ fonksiyonun grafiği O_y ekseninde k birim **yukarı** yönde ötelenir.

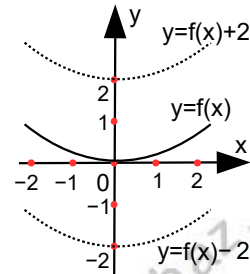


b) $y=f(x)$ fonksiyonu verildiğinde $k \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere, $y=f(x)-k$ fonksiyonunu çizmek için $y=f(x)$ fonksiyonun grafiği O_y ekseninde k birim **aşağı** yönde ötelenir.



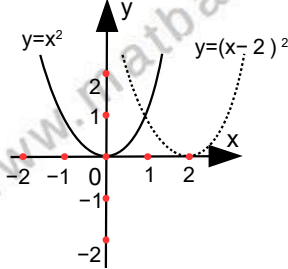
Örnek...4 :

Şekilde $y=f(x)$ fonksiyonu y ekseninde 2 şer birim yukarı ve aşağıya kaydırılmıştır.

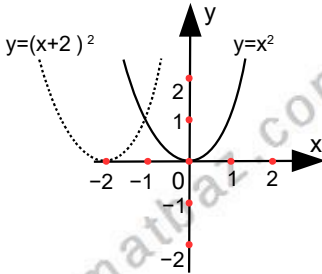


2. X EKSENİNDE ÖTELEMELER

a) $y=f(x)$ fonksiyonu verildiğinde $k \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere, $y=f(x-k)$ fonksiyonunu çizmek için $y=f(x)$ fonksiyonun grafiği O_x ekseninde k birim sağ yönde ötelenir.

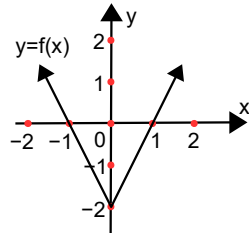


b) $y=f(x)$ fonksiyonu verildiğinde $k \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere, $y=f(x+k)$ fonksiyonunu çizmek için $y=f(x)$ fonksiyonun grafiği O_x ekseninde k birim sol yönde ötelenir.

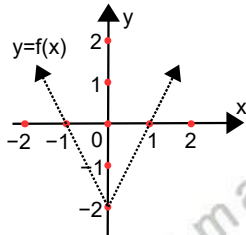


Örnek...5 :

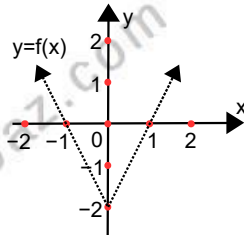
$y=f(x)$ veriliyor.
Buna göre, şıklarda verilen ifadelerin grafiklerini çiziniz?



a) $y=f(x+2)$



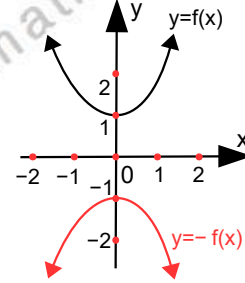
b) $y=f(x-2)$



EKSENLERE GÖRE SİMETRİ

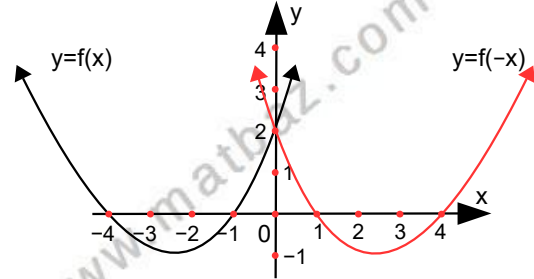
1. X EKSENİNE GÖRE SİMETRİ

$y=f(x)$ fonksiyonu verildiğinde $y=-f(x)$ fonksiyonunu çizmek için $y=f(x)$ fonksiyonun grafiği O_x eksenine göre simetriği alınır.



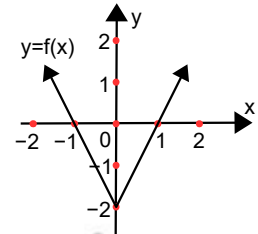
2. Y EKSENİNE GÖRE SİMETRİ

$y=f(x)$ fonksiyonu verildiğinde $y=f(-x)$ fonksiyonunu çizmek için $y=f(x)$ fonksiyonun grafiği O_y eksenine göre simetriği alınır.

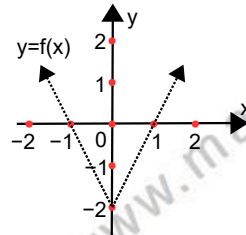


Örnek...6 :

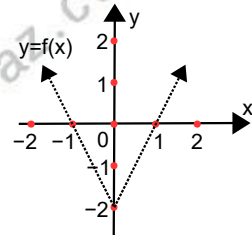
$y=f(x)$ veriliyor.
Buna göre, şıklarda verilen ifadelerin grafiklerini çiziniz?



a) $y=-f(x)$

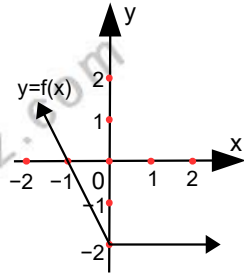


b) $y=f(-x)$

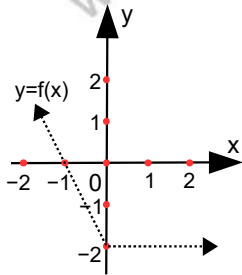


Örnek...7 :

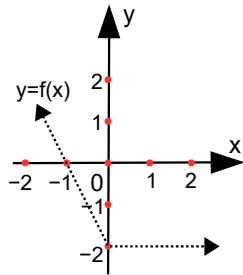
$y=f(x)$ veriliyor.
Buna göre, şıklarda
verilen bağıntıların
grafiklerini çiziniz?



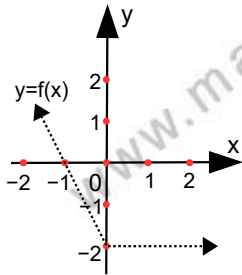
a) $y=f(x)+2$



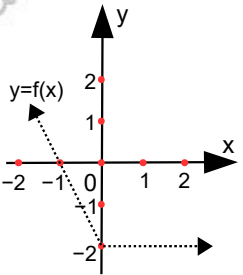
b) $y=-f(x)$



c) $y=f(-x)$

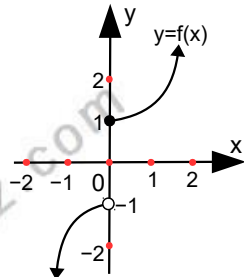


d) $y=-f(-x)$



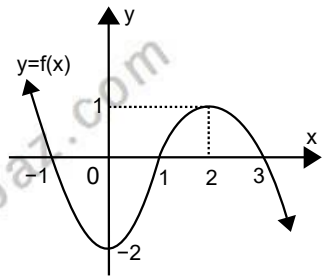
Örnek...8 :

$y=f(x)$ veriliyor .
 $y=f(-x)+1$ bağıntısının
grafliğini çiziniz.



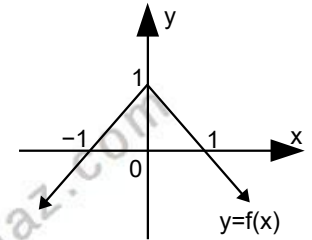
Örnek...9 :

$y=f(x)$ veriliyor.
 $y=-2-f(x)$
bağıntısının grafiğini
çiziniz.



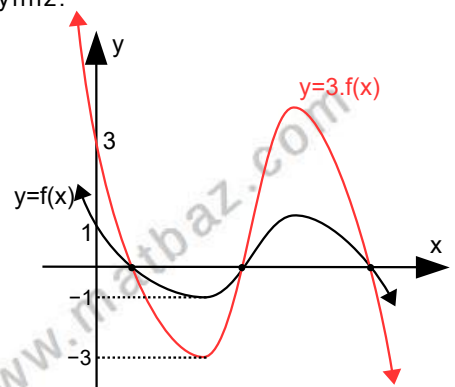
Örnek...10 :

$y=f(x)$ veriliyor.
 $y=f(x+1)-1$ grafiğini
çiziniz?

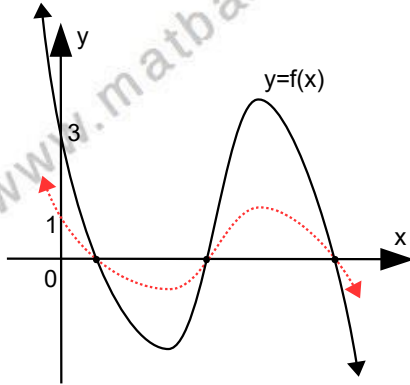


UYARI - 1

$y=f(x)$ verildiğinde $a>1$ koşuluyla verilen
 $y=a.f(x)$ fonksiyonu $y=f(x)$ fonksiyonunun
dikey gerilmiş (uzatılmış)ıdır. Şekli
inceleyiniz.

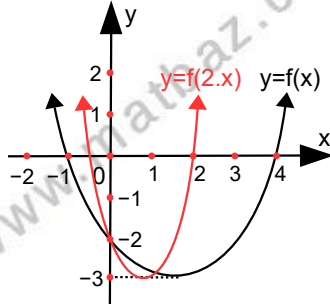


Aynı mantıkla $0 < a < 1$ ise $y=f(x)$ in bastırılmışı elde edilir. Örneğin, $y=f(x)$ in grafiğinden yararlanarak $y=\frac{1}{3}.f(x)$ in grafiğini çizelim.

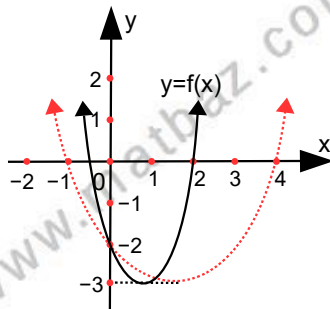


UYARI – 2

$y=f(x)$ verildiğinde $a > 1$ koşuluyla verilen $y=f(a.x)$ fonksiyonu $y=f(x)$ fonksiyonunun yatayda sıkıştırılmışıdır. Şekli inceleyiniz.

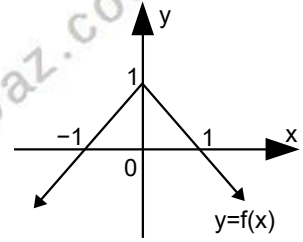


Aynı mantıkla $0 < a < 1$ ise $y=f(a.x)$ fonksiyonu $y=f(x)$ fonksiyonunun yatayda gerilmiş (uzatılmışı) elde edilir. Örneğin, $y=f(x)$ in grafiğinden yararlanarak $y=f\left(\frac{1}{2}.x\right)$ in grafiğini çizelim.



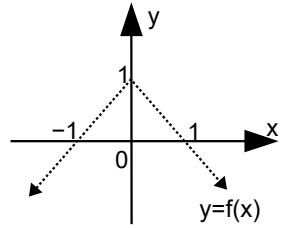
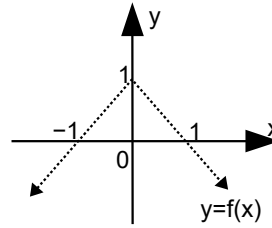
Örnek...11 :

$y=f(x)$ fonksiyonunun grafiği veriliyor. Buna göre, şıklarda verilen fonksiyonlarının grafiklerini çiziniz.



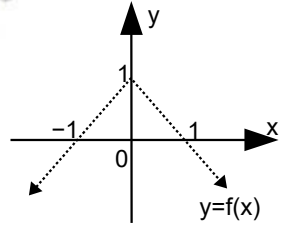
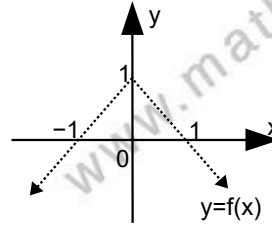
a) $y=2f(x)$

b) $y=\frac{f(x)}{2}$



c) $y=f(2x)$

d) $y=f\left(\frac{x}{2}\right)$



DENKLEM VE EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ-1

İKİNCİ DERECEYE DÖNÜŞTÜRÜLEBİLEN DENKLEMLER

a,b,c den en az biri sıfırdan farklı olmak üzere,

$$ax^2+by^2+cxy+dx+ey+f=0$$

biçimindeki denkleme ikinci dereceden iki bilinmeyenli denklem denir. İkinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemini çözmek için genellikle yerine koyma (bir değişkenin diğeri cinsinden elde edilerek denklemin tek değişken türünden tekrar yazılması) yöntemi denenebilir.

Örnek...1 :

$$x^2+y^2=5$$

$$x+y=3$$

denklemin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek...2 :

$$x \cdot y=8$$

$$x+y=-6$$

denklemin çözüm kümesini bulunuz.

Örnek...3 :

$$x^2+xy-4y+5=0$$

$$2x-y=-8$$

denklemin çözüm kümesini bulunuz.

Örnek...4 :

$$x^2-y^2=10$$

$$x^2+y^2=40$$

denklemin çözüm kümesini bulunuz.

Örnek...5 :

Çevresi 20 br ve alanı 20 br² olan bir dikdörtgenin uzun kenarı kaç birimdir?

DENKLEM VE EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ-1

İKİNCİ DERECEYE DÖNÜŞTÜRÜLEBİLEN DENKLEMLER

DEĞERLENDİRME

- 1) $\begin{cases} 3x+y=3 \\ x^2+x\cdot y=1 \end{cases}$ denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

- 2) $\begin{cases} x+y=0 \\ x^2-x\cdot y-y^2=1 \end{cases}$ denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

- 3) $\begin{cases} x^2+y^2=26 \\ x^2-y^2=24 \end{cases}$ denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

- 4) $\begin{cases} x\cdot y=8 \\ \frac{4}{x}+\frac{2}{y}=2 \end{cases}$ denklem sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

DENKLEM VE EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ-2

EŞİTSİZLİKLER

EŞİTSİZLİKLER

$f(x) \leq 0$, $f(x) \geq 0$, $f(x) > 0$, $f(x) < 0$ ifadelerine eşitsizlikler denir.

Örnek...1 :

$3x-8 < 0$ eşitsizliğini çözünüz. $f(x)=3x-8$ fonksiyonunun işaretini x değişkeninin değişimine göre inceleyiniz.

Birinci dereceden doğrusal eşitsizlikler dışındaki eşitsizlikleri çözmek için verilen ifadenin işaretini işaret tablosu dediğimiz tabloda özetleriz.

$f(x)=ax^2+bx+c$ İFADESİNİN İŞARETİ

durum 1 $ax^2+bx+c=0$, $b^2-4ac < 0$

x	$-\infty$	∞
ax^2+bx+c	a'nın işareti	a'nın işareti

Örnek...2 :

$x^2+2x+10$ ifadesinin işaretini inceleyiniz

$a \neq 0$ ve $a, b, c \in \mathbb{R}$ olmak üzere
 $f(x) = ax^2 + bx + c$ verilsin
 $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) < 0 \Leftrightarrow a < 0$ ve $\Delta < 0$
 $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) > 0 \Leftrightarrow a > 0$ ve $\Delta < 0$

durum 2 $ax^2+bx+c=0$, $b^2-4ac=0$

x	$-\infty$	$x_1=x_2$	∞
	a'nın işareti	$\circ$	a'nın işareti

Örnek...3 :

x^2+6x+9 ifadesinin işaretini inceleyiniz

durum 3 $ax^2+bx+c=0$, $b^2-4ac > 0$

x	$-\infty$	x_1	x_2	∞
	a'nın işareti	$\circ$	a'nın işareti	a'nın işareti
		işaretinin zıttı		

Örnek...4 :

x^2-x-12 ifadesinin işaretini inceleyiniz

DENKLEM VE EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ-2

EŞİTSİZLİKLER

Genelleme

Eşitsizlik soruları çözülürken;

a) Eşitsizlik ifadesi çarpanlarına ayrılır. Eşitsizliğin bir tarafı sıfır olmalıdır. Eşitsizlikte sadeleştirme yapılmayıp, ortak çarpan parantezi kullanılır

b) Her çarpan sıfıra eşitlenir. Kökler küçükten büyüğe doğru yazılarak tablo yapılır.

c) Herhangi bir aralıktan kök olmayan bir değer alınarak ifadede yerine yazılır ve bu aralığın işareti bulunur.

d) Bulunan işaretten itibaren kök gördükçe işaret değiştirilir. Çift katlı köklerde işaret değiştirilmez.
 $(x-a)^{2n} \cdot (x-b)^{2m+1} = 0$ ifadesinde $x=a$ çift kat ve $x=b$ tek kat köktür. (m,n tamsayı)

e) Çözüm kümesi yazılırken sorulan sorunun eşitsizlik yönüne bakılır ve bu işaret tabloda bulunur. Rasyonel ifadelerde paydayı sıfır yapan değerler çözüm kümesine alınamaz.

f) Kökleri reel olmayan çarpanların sadece işaretleri dikkate alınır.

g) Mutlak değerli ifadelerin sonucu pozitif olduğundan mutlak değerli çarpanların köklerine çift katlı kök muamelesi yapılır ve işaret değiştirilmez. (istenirse mutlak değerli çarpanlar ve çift katlı kökler tabloya yazılmayabilir ama kökleri çözüm aranırken unutulmamalıdır)

h) İki veya daha fazla eşitsizliğin oluşturduğu eşitsizlik sisteminde ayrı ayrı çözümlerin kesişimi alınır.

Örnek...5 :

$(x-1)(x-2)(2x+5) \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

Örnek...6 :

$(x-3)^2(x+2)^3 < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

Örnek...7 :

$x^3 - x < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

Örnek...8 :

$\frac{x^3-8}{x^2-x-6} \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

Örnek...9 :

$\frac{x^2-4x-32}{x^2-4} \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

DENKLEM VE EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ-2

EŞİTSİZLİKLER

Örnek...10 :

$\frac{(x-5)^4(x+2)^{13}}{(x-2)^3 \cdot x^2} < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

Örnek...11 :

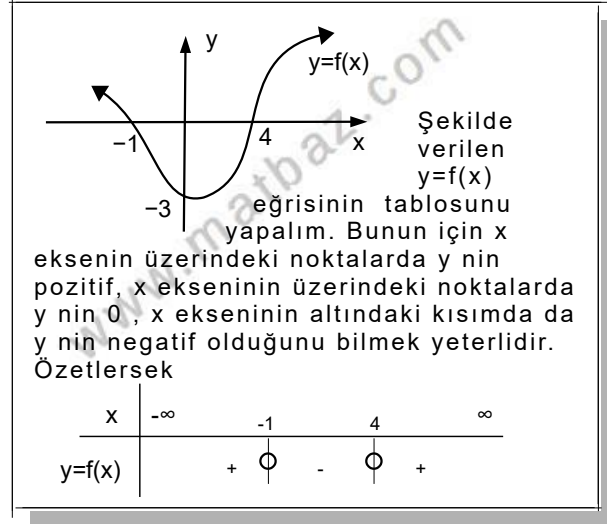
$\frac{2}{x} \leq \frac{x}{2}$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

Örnek...12 :

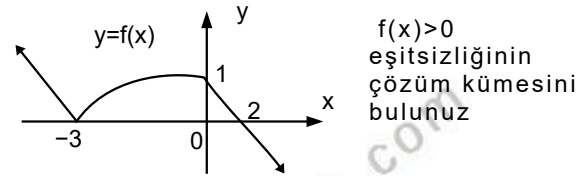
$|x+5| \cdot (x^2 - 8x + 12) < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

Örnek...13 :

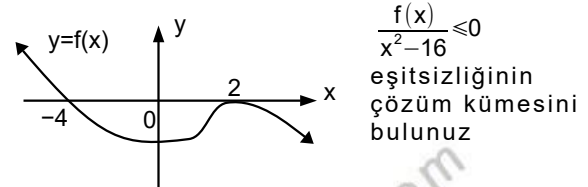
a ve b birer reel sayı olmak üzere $\frac{ax-b}{x-a} \leq 0$ eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı $[3,5]$ ise a.b kaçtır?



Örnek...14 :



Örnek...15 :



DENKLEM VE EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ-2

EŞİTSİZLİKLER

Birden fazla eşitsizliğin oluşturduğu sisteme eşitsizlik sistemi denir. Eşitsizlik sistemleri çözülürken bir tabloda işaretinin incelenmesi gerekli görülen ifadeleri içerecek kadar satır yapılır

Örnek...16 :

$2x-1>0$
 $x^2-x<0$
bulunuz eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini

Örnek...17 :

$x^2-x-6>0$
 $x^2-5x<0$
bulunuz eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini

Örnek...18 :

$-9 \leq x^2-4x-5 < 7$ eşitsizliğini sağlayan tamsayıların toplamı kaçtır?

AX^2+BX+C NİN İŞARETİ

$$f(x)=ax^2+bx+c$$

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x)=ax^2+bx+c < 0$$

$$\begin{array}{ll} \text{koşul1} & b^2-4ac < 0 \\ \text{koşul2} & a < 0 \end{array}$$

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x)=ax^2+bx+c > 0$$

$$\begin{array}{ll} \text{koşul1} & b^2-4ac < 0 \\ \text{koşul2} & a > 0 \end{array}$$

Örnek...19 :

Her x reel sayısı için $x^2-(m-1)x+m+2 > 0$ oluyorsa m hangi aralıktadır?

Örnek...20 :

$(a-3)x^2-12x-3$ ifadesi daima -6 dan büyükse a hangi aralıkta olmalıdır?

DENKLEM VE EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ-2

EŞİTSİZLİKLER

İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMİN KÖKLERİ

$$ax^2+bx+c=0$$

$$b^2-4ac>0$$

Farklı iki
kök var

$$b^2-4ac<0$$

Gerçek
kök yok

$$b^2-4ac=0$$

Eşit iki
kök var

durum 1. $x_1 \cdot x_2 > 0$

- a. $x_1 + x_2 > 0 \rightarrow 0 < x_1 < x_2$
b. $x_1 + x_2 < 0 \rightarrow x_1 < x_2 < 0$

- a. $x_1 + x_2 > 0 \rightarrow 0 < x_1 = x_2$
b. $x_1 + x_2 < 0 \rightarrow x_1 = x_2 < 0$

durum 2. $x_1 \cdot x_2 < 0$

$$x_1 < 0 < x_2$$

- a. $x_1 + x_2 > 0 \rightarrow |x_1| < |x_2|$
b. $x_1 + x_2 < 0 \rightarrow |x_1| > |x_2|$
c. $x_1 + x_2 = 0 \rightarrow |x_1| = |x_2|$

durum 3. $x_1 \cdot x_2 = 0$

- a. $x_1 + x_2 > 0 \rightarrow x_1 = 0 < x_2$
b. $x_1 + x_2 < 0 \rightarrow x_1 = 0 > x_2$
c. $x_1 + x_2 = 0 \rightarrow x_1 = 0 = x_2$

Örnek...21 :

$mx^2 - (2m-3)x + m+2 = 0$ denkleminin reel kökü yoksa m nasıl seçilmelidir?

Örnek...22 :

$(m+2)x^2 + 4x + m - 3 = 0$ denkleminin köklerinin zıt işaretli olması için m nasıl seçilmelidir?
($x_1 < 0 < x_2$)

Örnek...23 :

$(m+2)x^2 + (m+3)x + 1 = 0$ denkleminin köklerinin pozitif işaretli olmasını sağlayan m değeri var mıdır?

Örnek...24 :

$x^2 - (p+2)x + p+4 = 0$ denkleminin köklerinin negatif işaretli olması için p nasıl seçilmelidir?

DENKLEM VE EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ-2

EŞİTSİZLİKLER

DEĞERLENDİRME

- 1) $a < 0 < b < c$ olmak üzere $\frac{(ax-1)(bx-1)}{(cx-1)} < 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz

- 2) $\begin{cases} x^3 - 4x > 0 \\ x^2 - x < 6 \end{cases}$ eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulunuz

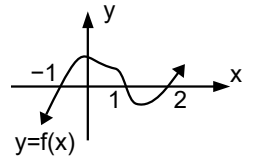
- 3) $x^2 - (m-1)x + m + 2$ ifadesi x in reel sayı değerleri için daima pozitif oluyorsa m hangi aralıktadır?

- 4) $a \neq 0$ olmak üzere $ax^2 - 3x - a = 0$ denklemi için hangileri doğru olabilir?

1. eşit iki kök vardır
2. iki pozitif kök vardır
3. köklerden biri sıfırdır
4. aynı işaretli iki kök vardır
5. zıt işaretli iki kök vardır

- 5) $x^2 + (k+2)x - k - 6 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir. $x_1 < 0 < x_2$ ve $|x_1| < |x_2|$ ise k nın en geniş değer aralığı nedir?

- 6) $\frac{(x+2)f(x)}{3^{x-4}|x-2|(x^3+1)} \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz



ÇEMBERDE VE DAİRE – 1

TEMEL KAVRAMLAR AÇI VE ÖZELLİKLERİ

TEMEL KAVRAMLAR

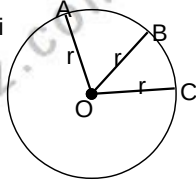
Düzlemde sabit bir noktadan eşit uzaklıktaki noktalar kümesine **çember** denir.

Buradaki sabit noktaya **çemberin merkezi**, eşit uzaklığa ise **çemberin yarıçapı** denir.

Bir çemberin çizilebilmesi için merkezi ve yarıçapı bilinmelidir

O : Çemberin merkezi

r : Çemberin yarıçapı



TEĞET – KESEN – KİRİŞ

Çemberi bir noktada kesen doğruya **teğet** denir.

Çemberi farklı iki noktada kesen doğruya **kesen** denir.

Kesenin çember içinde kalan parçasına **kiriş** denir.

Çemberde en uzun kiriş merkezden geçer.

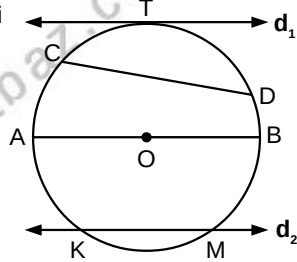
Merkezden geçen kirişe **çap** denir.

O çemberin merkezi olmak üzere,

d_1 teğet doğru.

d_2 kesen doğru.

[CD] kiriş.
[AB] çap.



Çemberde farklı iki nokta arasında kalan parçaya çemberin bir yayı denir.

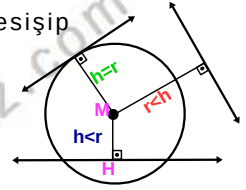
Bir yayı belirtirken, uç noktaları ve bunların arasındaki üçüncü bir nokta ile belirtilir.

$\widehat{ATB}$ yayının ölçüsü $m(\widehat{ATB})$ biçiminde gösterilir.

Çapın böldüğü çember yayının ölçüsü 180° dir. Yani $m(\widehat{ATB}) = 180^\circ$ olur.

ÇEMBER İLE DOĞRUNUN DURUMLARI :

Çember ve doğrunun kesişip kesişmediğine karar verilirken merkezin doğruya uzaklığı ile yarıçap uzunluğu karşılaştırılır:



Durum 1) $|MH| > r$ doğru çemberi kesmez

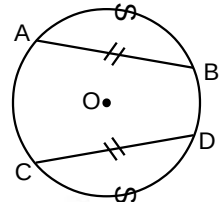
Durum 2) $|MH| = r$ doğru çember teğettir

Durum 3) $|MH| < r$ doğru çember iki noktada kesişir.

ÇEMBERDE TEĞET VE KİRİŞ ÖZELLİKLERİ

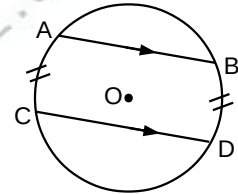
1) Eşit kirişlerin ayırdığı yayların uzunlukları ve ölçüleri eşittir.

$$|AB| = |CD| \\ m(\widehat{AB}) = m(\widehat{CD}) \\ |AB| = |CD|$$



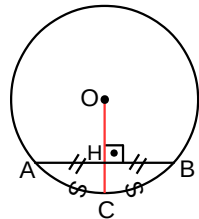
2) Paralel kirişler arasında kalan yaylar eşitir.

$$|AB| \parallel |CD| \\ m(\widehat{AC}) = m(\widehat{BD}) \\ |AC| = |BD|$$



3) Merkezden kirişe inilen dikme kirişi ve yayı ikiye böler.

$$[OC] \perp [AB] \text{ ise} \\ |AH| = |BH| \\ m(\widehat{AC}) = m(\widehat{BC}) \\ |AC| = |BC|$$



Bir çemberde kirişin orta dikmesi çemberin merkezinden geçer. (Başka bir deyişle, çemberde herhangi bir kirişin orta noktasını çemberin merkezine birleştiren doğru, kirişe dik olur.)

ÇEMBERDE VE DAİRE – 1

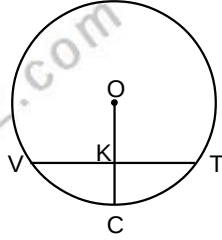
TEMEL KAVRAMLAR AÇI VE ÖZELLİKLERİ

Örnek...1 :

Şekildeki O merkezli çemberde $[OC] \perp [VT]$

2. $|CK| = |KT| = 4$ br,

olduğuna göre çemberin yarıçapı kaç birimdir?



5) Çemberin iç bölgesinde alınan bir P noktasından geçen en kısa kiriş, orta noktası P olan kiriştir.

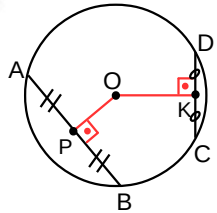
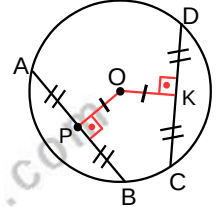
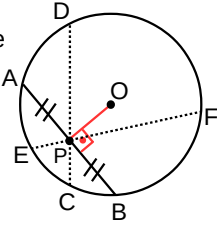
$[OP] \perp [AB]$ dir.

Çemberin merkezine eşit uzaklıkta duran kirişlerin uzunlukları da eşittir.

$|AK| = |CD|$ dir.

Çemberin iki kirişinden merkeze yakın olanın boyu daha büyüktür.

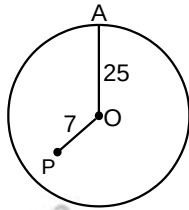
$|OP| < |OK| \Leftrightarrow |AB| > |CD|$ Dir.



Örnek...2 :

O merkezli çemberin yarıçapı 25 birimdir.

$|OP| = 7$ br olduğuna göre, P noktasından geçen en kısa kirişin uzunluğu kaç birimdir?



Örnek...3 :

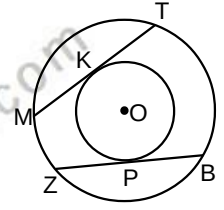
Yarıçap uzunluğu 41 birim olan bir çemberin merkezinden 40 birim uzaklıktaki en kısa kirişinin uzunluğu kaç birimdir?

Örnek...4 :

O merkezli iki çember şekildeki gibidir. K ve P teğet noktaları

$|MT| = 5x + 1$ br

$|BP| = x + 11$ br olduğuna göre, $|MK|$ kaç birimdir?



Örnek...5 :

O çemberin merkezi,

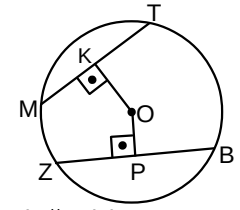
$[OK] \perp [MT]$

$[OP] \perp [BZ]$

$|MT| = 5x + 3$ br

$|BP| = x + 11$ br

$|OP| < |OK|$ olduğuna göre, x in alacağı en büyük tamsayı değeri kaçtır?



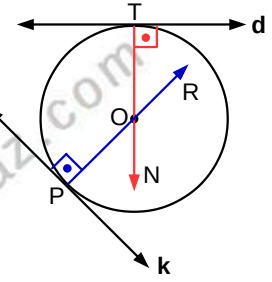
6) Teğet noktalarından çizilen dikmeler çemberin merkezinden geçer.

d ve k çemberin teğet doğrularıdır.

$[TN] \perp d$ ve

$[PR] \perp k$ ise

$[TN] \cap [PR] = \{O\}$



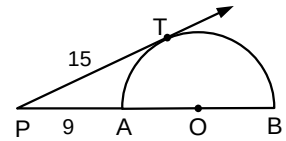
Örnek...6 :

O yarım çemberin merkezi ve $\widehat{TPB}$ açısı çembere T noktasında teğettir.

$|PT| = 15$ br

$|PA| = 9$ br

olduğuna göre, çemberin yarıçapı kaç birimdir



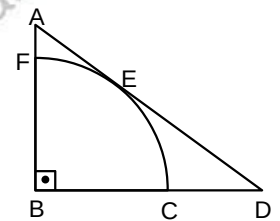
Örnek...7 :

ABD dik üçgenine, B merkezli çeyrek çember E noktasında teğettir.

$|AE| = 3$ br

$|DE| = 12$ br

olduğuna göre, çeyrek çemberin yarıçapı kaç birimdir?



ÇEMBERDE VE DAİRE – 1

TEMEL KAVRAMLAR AÇI VE ÖZELLİKLERİ

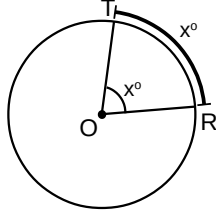
ÇEMBERDE AÇI

Çember üzerindeki açılar köşe noktasının bulunduğu yere göre isimlendirilirler.

1. MERKEZ AÇI

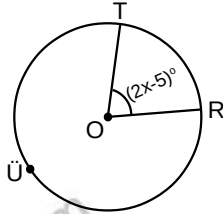
Köşe noktası merkezde olan açıdır. Ölçüsü gördüğü yayın ölçüsüne eşittir. (İki yarıçap arasındaki açı.)

$$m(\widehat{TOR}) = m(\widehat{TR}) = x^\circ$$



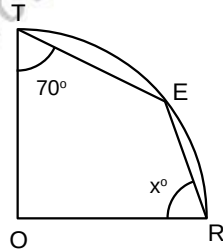
Örnek...8 :

O merkezli çemberde
 $m(\widehat{TOR}) = (2x - 5)^\circ$,
 $m(\widehat{TÜR}) = (12x - 55)^\circ$
 olduğuna göre,
 $m(\widehat{TOR})$ kaç derecedir?



Örnek...9 :

O merkezli çeyrek çemberde, E çember üzerinde bir nokta ve
 $m(\widehat{ETO}) = 70^\circ$,
 olduğuna göre,
 $m(\widehat{ERO}) = x^\circ$ kaç derecedir?



2. ÇEVRE AÇI

Köşesi çemberin üzerinde olan açıdır. Ölçüsü gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir.

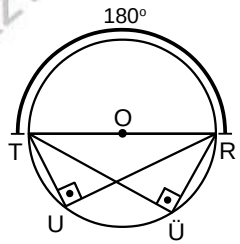
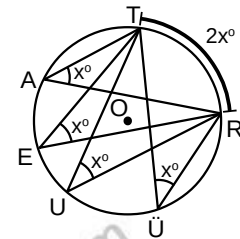
$$m(\widehat{TAR}) = \frac{m(\widehat{TR})}{2} = x^\circ$$

$$m(\widehat{TER}) = m(\widehat{TUR}) = m(\widehat{TÜR}) = x^\circ$$

Özel olarak;
 O çemberin merkezi ve
 [TR] çap olmak üzere,

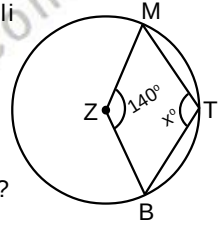
$$m(\widehat{TUR}) = m(\widehat{TÜR}) = \frac{m(\widehat{TR})}{2} = 90^\circ$$

Yani, çapı gören çevre açısı 90° dir.



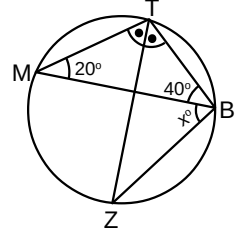
Örnek...10 :

MTBZ dörtgeni Z merkezli çemberin içindedir. M, T, B çember üzerinde noktalar ve
 $m(\widehat{MZB}) = 140^\circ$,
 olduğuna göre,
 $m(\widehat{MTB}) = x^\circ$ kaç derecedir?



Örnek...11 :

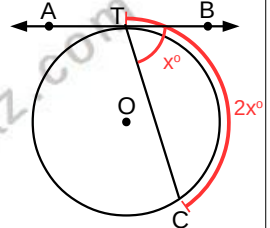
MTB üçgeninin çevrel çemberi çizilmiştir.
 $m(\widehat{MTZ}) = m(\widehat{BTZ})$,
 $m(\widehat{TMB}) = 20^\circ$,
 $m(\widehat{TBM}) = 40^\circ$
 olduğuna göre,
 $m(\widehat{MBZ}) = x^\circ$ kaç derecedir?



3. TEĞET KİRİŞ AÇI

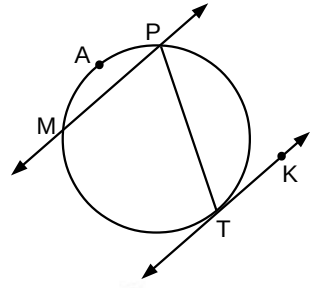
Köşesi çember üzerinde, bir kolu teğet, bir kolu giriş olan açıdır. Ölçüsü gördüğü yayın ölçüsünün yarısıdır.

$$m(\widehat{BTC}) = \frac{m(\widehat{TC})}{2} = x^\circ$$



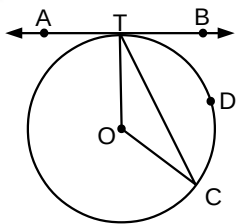
Örnek...12 :

Yandaki çemberde TK teğet ve MP kesen doğrulardır.
 $TK \parallel MP$ ve
 $m(\widehat{MAP}) = 100^\circ$
 olduğuna göre,
 $m(\widehat{PTK})$ kaç derecedir?



Örnek...13 :

AB çembere T noktasında teğettir.
 $m(\widehat{TOC}) = 6x^\circ$, $m(\widehat{BTC}) = x + 34^\circ$
 olduğuna göre,
 $m(\widehat{TC})$ yayının ölçüsü kaç derecedir?

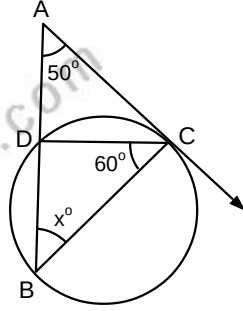


ÇEMBERDE VE DAİRE – 1

TEMEL KAVRAMLAR AÇI VE ÖZELLİKLERİ

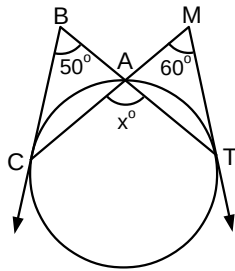
Örnek...14 :

[AC ışını C noktasında çembere teğettir.
 $m(\widehat{BAC})=50^\circ$
 $m(\widehat{BCD})=60^\circ$
 olduğuna göre,
 $m(\widehat{ABC})=x$ kaç derecedir?



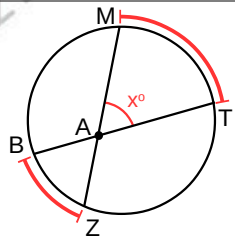
Örnek...15 :

C ve T noktaları çembere teğet değme noktalarıdır.
 $m(\widehat{CBT})=50^\circ$
 $m(\widehat{TMC})=60^\circ$
 olduğuna göre,
 $m(\widehat{CAT})=x$ kaç derecedir?



4. İÇ AÇI

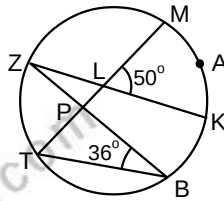
Köşesi çemberin iç bölgesinde olan açıdır. Çember içinde kesişen iki kirişin oluşturduğu açı da denebilir. Ölçüsü gördüğü yayların ölçüleri toplamının yarısıdır.



$$m(\widehat{MAT})=x^\circ=\frac{m(\widehat{MT})+m(\widehat{BZ})}{2}$$

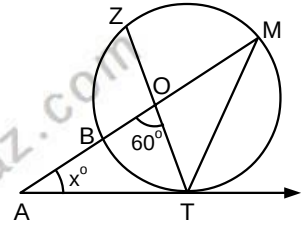
Örnek...16 :

Yandaki şekilde verilenlere göre,
 $m(\widehat{KLM})=50^\circ$
 $m(\widehat{TBZ})=36^\circ$
 olduğuna göre,
 $m(\widehat{MAK})$ yayının ölçüsü kaç derecedir?



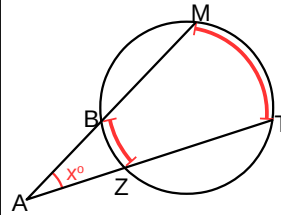
Örnek...17 :

[AT çembere T noktasında teğettir.
 $m(\widehat{MZ})=m(\widehat{BZ})$
 $m(\widehat{AOT})=60^\circ$
 olduğuna göre,
 $m(\widehat{TAM})=x$ kaç derecedir?

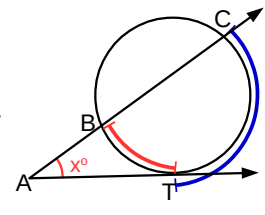


5. DIŞ AÇI

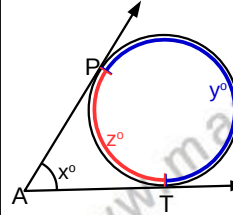
Başlangıç noktası çemberin dışında, kolları teğet veya kesen olan açıdır. Ölçüsü gördüğü yayların ölçüleri farkının yarısıdır.



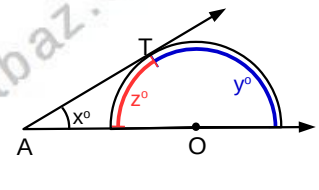
$$x^\circ=\frac{m(\widehat{MT})-m(\widehat{BZ})}{2}$$



$$x^\circ=\frac{m(\widehat{CT})-m(\widehat{BT})}{2}$$



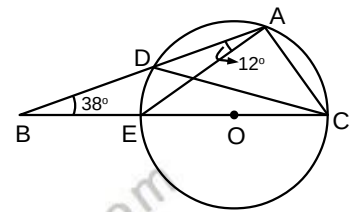
$$x^\circ=\frac{y-z}{2} \text{ ve } x^\circ+z^\circ=180^\circ$$



$$x^\circ=\frac{y-z}{2} \text{ ve } x^\circ+z^\circ=90^\circ$$

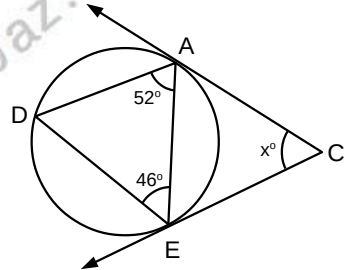
Örnek...18 :

O merkezli çemberde
 $m(\widehat{ABC})=38^\circ$
 $m(\widehat{BAE})=12^\circ$
 olduğuna göre,
 $\widehat{ACD}$ açısının ölçüsü kaç derecedir?



Örnek...19 :

[CA ve [CE ışınları çembere teğettir.
 $m(\widehat{DAE})=52^\circ$
 $m(\widehat{DEA})=46^\circ$ olduğuna göre,
 $m(\widehat{ACE})=x$ kaç derecedir?



ÜÇGENİN ÇEVREL

ÇEMBERDE VE DAİRE – 1

TEMEL KAVRAMLAR AÇI VE ÖZELLİKLERİ

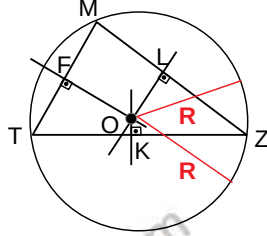
ÇEMBERİ

Üçgenin herhangi bir kenarının orta noktasından geçen ve bu kenara dik olan doğru parçasına kenar orta dikme denir.

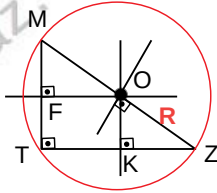
Bir üçgende kenar orta dikmeler bir noktada kesişir. Bu nokta çevrel çemberin merkezidir. (Üçgenin köşelerinden geçen çember) Çevrel çemberin merkezi üçgenin açısı çeşidine göre farklı bölgelere ait olabilir.

Durum 1 Dar açılı üçgende kenar orta dikmelerin kesim noktası üçgenin içindedir.

[OF] ⊥ [MT],
[OL] ⊥ [MZ],
[OK] ⊥ [TZ],
|MF|=|TF|,
|TK|=|KZ|,
|ZL|=|LM|

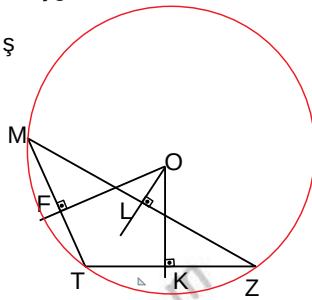


Durum 2 Dik açılı üçgende kenar orta dikmeler hipotenüs üzerinde kesişir.



Durum 3 Geniş açılı üçgende kenar orta dikmelerin kesim noktası üçgenin dış bölgesindedir.

Şekillerde O noktası kenar orta dikmelerin kesim noktasıdır. (çevrel çemberin merkezidir)



SİNÜS TEOREMİ

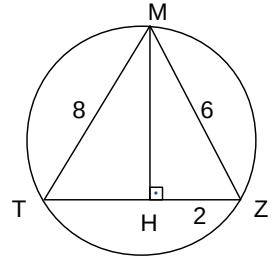
Bir ABC üçgeninde , herhangi bir kenar uzunluğunun karşısındaki köşede bulunan açının sinüsüne oranı sabittir.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \text{ Burada } 2R \text{ çevrel çemberin çapıdır}$$

İspat

Örnek...20 :

MTZ bir üçgendir.
|HZ|=2br |MZ|=6br,
|MT|=8br olduğuna göre
MTZ üçgeninin
köşelerinden geçen
çemberin yarıçapı kaç
birimdir?

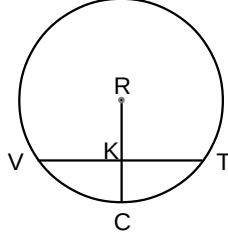


ÇEMBERDE VE DAİRE – 1

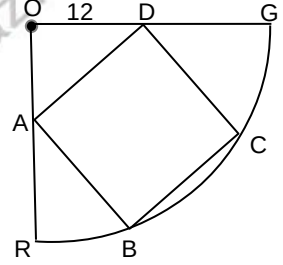
TEMEL KAVRAMLAR AÇI VE ÖZELLİKLERİ

DEĞERLENDİRME – 1

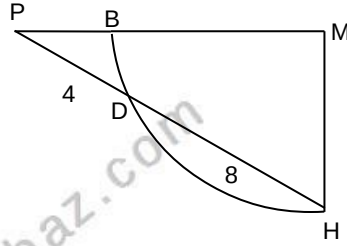
- 1) Şekildeki R merkezli çemberde $[RC] \perp [VT]$.
2. $|CK| = |KT| = 4\text{ br}$,
olduğuna göre çemberin yarıçapı kaç birimdir?



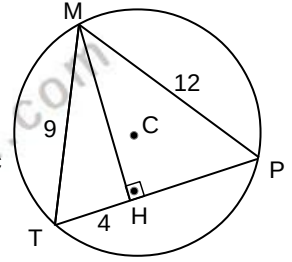
- 4) Şekildeki O çeyrek çemberin merkezidir. ABCD kare ve $|OD| = 12\text{ br}$ olduğuna göre, $|DG|$ kaç birimdir?



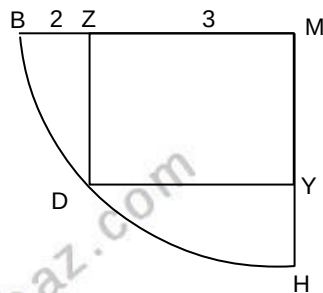
- 2) Şekildeki M merkezli çeyrek çemberde $|PD| = 4\text{ br}$, $|DH| = 8\text{ br}$ olduğuna göre $|PB|$ kaç birimdir?



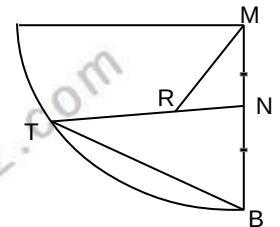
- 5) Şekilde C çemberin merkezi, $|TH| = 4\text{ br}$, $|MT| = 9\text{ br}$, $|MP| = 12\text{ br}$ olduğuna göre, çemberin yarıçapı kaç birimdir?



- 3) Şekildeki M merkezli çemberde DYMZ dikdörtgendir. $|ZM| = 3\text{ br}$, $|BZ| = 2\text{ br}$ ise $|YH|$ kaç birimdir?



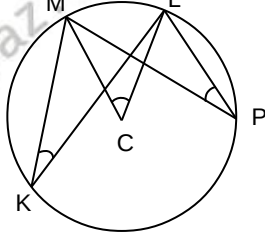
- 6) Şekildeki M çeyrek çemberin merkezidir. 2. $|RN| = |TR|$, $|TB| = 18\text{ br}$, $|MR| = 8\text{ br}$ olduğuna göre, $|NB|$ kaç birimdir?



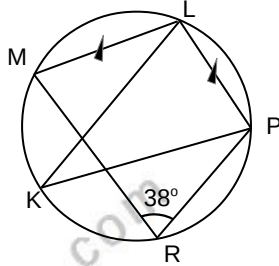
ÇEMBERDE VE DAİRE – 1

TEMEL KAVRAMLAR AÇI VE ÖZELLİKLERİ

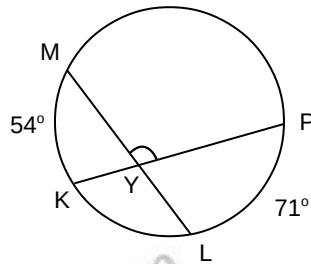
- 7) C merkezli çemberde $m(\widehat{MKL})=27^\circ$,
 $m(\widehat{MCL})+m(\widehat{MPL})$
 toplamı kaç
 derecedir?



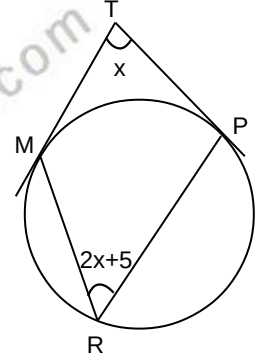
- 8) Şekildeki çemberde
 $m(\widehat{MRP})=38^\circ$,
 $|ML|=|LP|$,
 $m(\widehat{LKP})+m(\widehat{ML})$
 kaç derecedir?



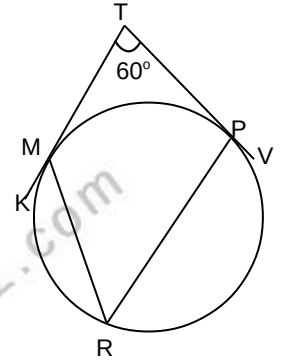
- 9) Şekildeki çemberde
 $m(\widehat{LP})=71^\circ$,
 $m(\widehat{MK})=54^\circ$,
 $m(\widehat{MYP})$ kaç
 derecedir?



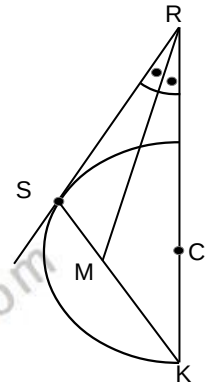
- 10) Şekildeki çemberde T
 noktasından çizilen
 teğetler çembere M ve
 P noktalarında
 değmektedir.
 $m(\widehat{MTP})=x$,
 $m(\widehat{MRP})=2x+5$ ise
 $m(\widehat{MP})$ kaç derecedir?



- 11) Şekildeki çemberde
 T noktasından
 çizilen teğetler
 çembere M ve P
 noktalarında
 değmektedir.
 $m(\widehat{MTP})=60^\circ$,
 $m(\widehat{KMR})+m(\widehat{RPV})$
 kaç derecedir?



- 12) Şekildeki C merkezli
 çemberde R noktasından
 çizilen teğet çembere S
 noktasında değmektedir.
 $[MR]$, R açısının
 açıortayı ise
 $m(\widehat{SMR})=45^\circ$ olduğunu
 gösteriniz.

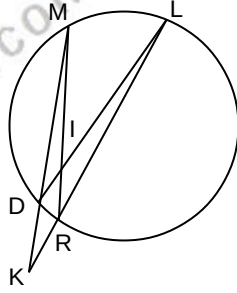


ÇEMBERDE VE DAİRE – 1

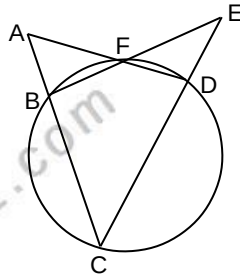
TEMEL KAVRAMLAR AÇI VE ÖZELLİKLERİ

DEĞERLENDİRME –2

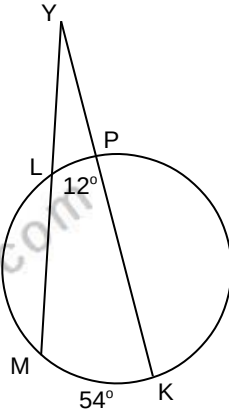
- 1) Şekildeki çemberde
 $[MR] \cap [DL] = I$,
 $m(\widehat{MD}) + m(\widehat{RL}) = 252^\circ$
 $m(\widehat{KMR}) = m(\widehat{MKR})$ olduğu
 na göre $m(\widehat{IRL})$ kaç
 derecedir?



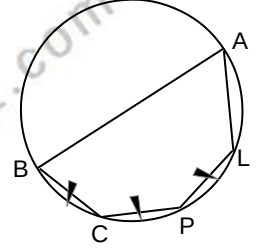
- 2) Şekildeki çemberde
 $[AD] \cap [BE] = F$
 $2.m(\widehat{CAD}) = 3.m(\widehat{BEC})$
 $4.m(\widehat{BEC}) = m(\widehat{ACE})$,
 $m(\widehat{BFD})$ kaç derecedir?



- 3) Şekildeki çemberde
 $L \in [YM], P \in [YK]$,
 $m(\widehat{LP}) = 12^\circ$,
 $m(\widehat{MK}) = 54^\circ$,
 $m(\widehat{MYK}) + m(\widehat{LM}) = 100^\circ$
 $m(\widehat{KP})$ kaç derecedir?



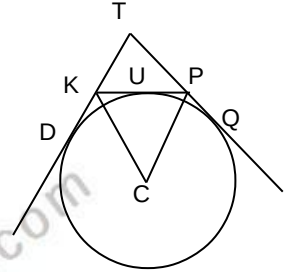
- 4) Şekildeki $[AB]$ çaplı
 çemberde
 $|BC| = |CP| = |PL|$
 $m(\widehat{BCP}) - m(\widehat{PLA}) = 60^\circ$,
 ise $m(\widehat{BAL})$ kaç
 derecedir?



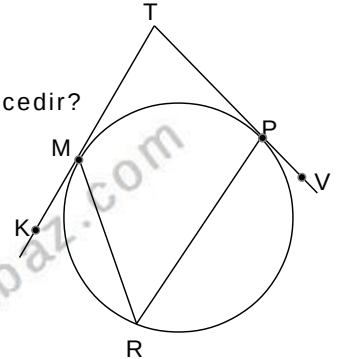
- 5) Şekildeki C merkezli
 çember KTP üçgeninin
 dış teğet
 çemberlerinden biri,
 Q, U, D teğet değme
 noktalarıdır.

$$m(\widehat{KCP}) = 90 - \frac{m(\widehat{KTP})}{2}$$

olduğunu gösteriniz



- 6) Şekildeki çemberde T noktasından çizilen
 teğetler çembere M ve P noktalarında
 değmektedir. $m(\widehat{KMR}) = x + 30^\circ$,
 $m(\widehat{MTP}) = 48^\circ$
 $m(\widehat{RPV}) = x - 20^\circ$,
 olduğuna göre
 $m(\widehat{MR})$ kaç derecedir?

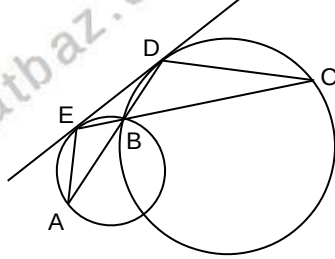


ÇEMBERDE VE DAİRE – 1

TEMEL KAVRAMLAR AÇI VE ÖZELLİKLERİ

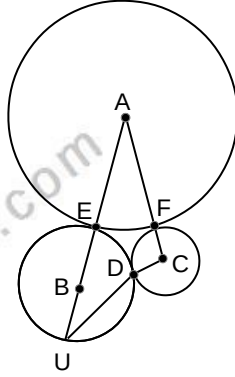
- 7) Şekilde ED dış ortak teğet (her iki çembere de teğet)

$[AD] \cap [EC] = B$,
 $m(\widehat{DCE}) = 23^\circ$,
 $m(\widehat{EAB}) = 17^\circ$
 olduğuna göre,
 $m(\widehat{EBD})$ kaç derecedir?



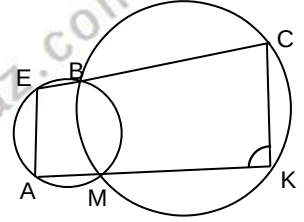
- 8) Şekildeki A,B,C merkezli çemberler, E,F ve D noktasında dıştan teğettir.

$m(\widehat{AUD}) = x$,
 $m(\widehat{UAC}) = x + 10$
 $m(\widehat{ACD}) = x + 20$
 olduğuna göre,
 ED yayı kaç derecedir?



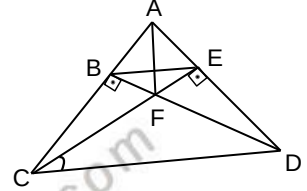
- 10) Şekilde

$B \in [EC], M \in [AK]$
 $m(\widehat{EAK}) - m(\widehat{AKC}) = 60^\circ$
 ise $m(\widehat{CKA})$ kaç derecedir?



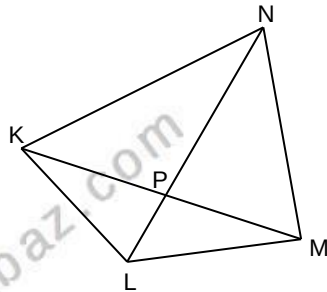
- 11) Şekilde ABC üçgen

$m(\widehat{ECD}) = 28^\circ$,
 $[BD] \perp [AC]$,
 $[CE] \perp [AD]$
 $m(\widehat{ADC}) - m(\widehat{FAE})$
 kaç derecedir? ç



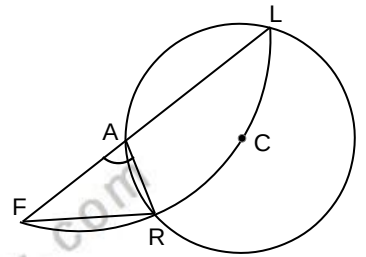
- 9) Şekilde KLMN dörtgen

$[KM] \cap [NL] = P$,
 $m(\widehat{NKM}) = 50^\circ$,
 $m(\widehat{LKM}) = 23^\circ$,
 $m(\widehat{LMK}) = 52^\circ$,



$m(\widehat{KLM}) + m(\widehat{KNM}) = 180^\circ$ olduğuna göre
 $m(\widehat{KLN})$ kaç derecedir?

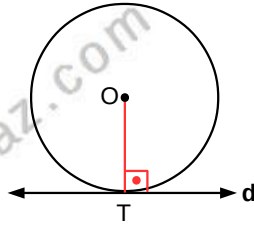
- 12) Şekilde C çemberin merkezi, A,F ve L doğrusaldır. FRL başka bir çembere ait yay ve $m(\widehat{FAR}) = 50^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{AFR})$ kaç derecedir?



ÇEMBERDE TEĞET

1. Çemberin herhangi bir teğeti, değme noktasından geçen yarıçapa diktir.

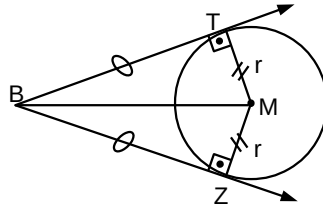
$$[OT] \perp d$$



2. Bir çembere dışındaki bir noktadan çizilen teğetlerin uzunlukları eşittir. [BT ve [BZ M merkezli çemberin teğetleri olmak üzere, $|BT|=|BZ|$ $|MT|=|MZ|$ dir.

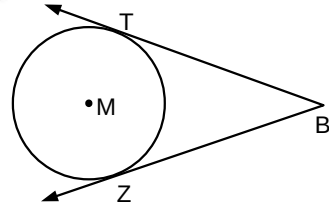
MTBZ dörtgeninin deltoid olduğuna dikkat ediniz.

$$m(\widehat{MBT})=m(\widehat{MBZ}) \quad m(\widehat{BMT})=m(\widehat{BMZ}) \text{ dir.}$$



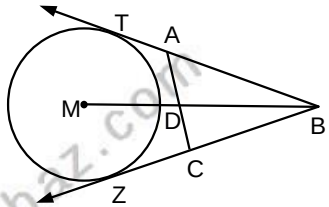
Örnek...1 :

M merkezli çemberin teğetlerinin değme noktaları T ve Z dir.
 $|BT|=5x-10$ br
 $|BZ|=2x+11$ br
olduğuna göre, x kaç birimdir?



Örnek...2 :

M merkezli çemberin teğetlerinin değme noktaları T ve Z dir.
 $|AB|=15$ br
 $|BC|=9$ br
olduğuna göre, $\frac{|AD|}{|CD|}$ oranı kaçtır?



Örnek...3 :

M, yarım çemberin merkezi ve B ile E teğet değme noktalarıdır.

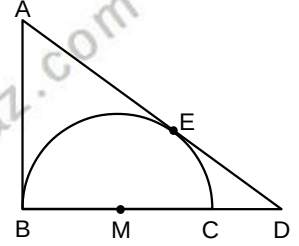
ABC üçgeninde

$$|AB|=8 \text{ br}$$

$$|DE|=9 \text{ br}$$

olduğuna göre,

$|CD|$ kaç birimdir?



Örnek...4 :

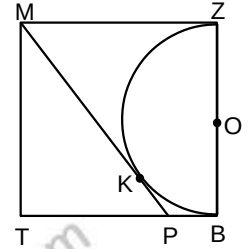
MTBZ bir kare, O yarım çemberin merkezi B, K ve Z teğet değme noktalarıdır.

$$|MK|=16 \text{ br}$$

$$|KP|=4 \text{ br}$$

olduğuna göre,

Alan(MTP) kaç birim karedir?



Örnek...5 :

O merkezli çember ABC üçgenine K, L ve M noktalarında teğettir.

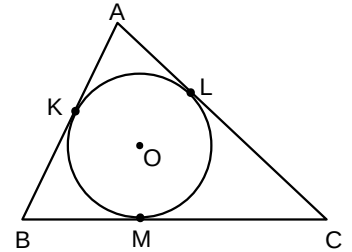
$$|AB|=11 \text{ br}$$

$$|BC|=15 \text{ br}$$

$$|AC|=16 \text{ br}$$

olduğuna göre,

$|AL|$ kaç birimdir?



Örnek...6 :

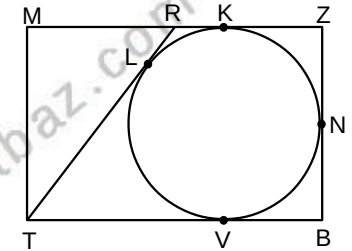
MTBZ dikdörtgen ve BTRZ yamuktur. K, L, V ve N teğet değme noktalarıdır.

$$|BZ|=8 \text{ br}$$

$$|TR|=10 \text{ br}$$

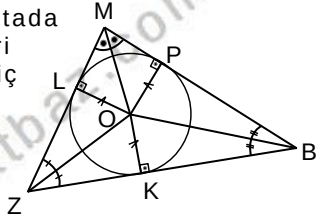
olduğuna göre,

$|TM|$ kaç birimdir?



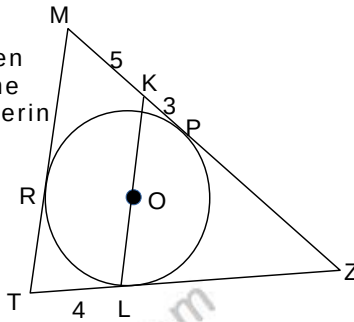
ÜÇGENİN İÇ TEĞET ÇEMBERİ

3. Üçgende iç açıortaylar bir noktada kesişir. Kesiştikleri bu nokta üçgenin iç teğet çemberinin merkezidir. Şekilde O iç teğet çemberin merkezidir



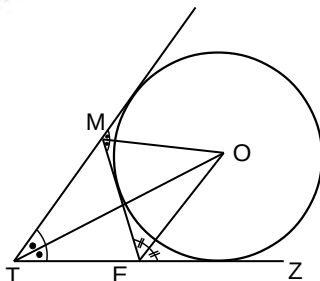
Örnek...7 :

Şekilde MTZ bir üçgendir. P, L, R üçgen üzerinde teğet değme noktaları ve O çemberin merkezidir. $KL \parallel MT$, $|KP|=3$ br, $MK=5$ br, $|TL|=4$ br olduğuna göre $\angle(MTZ)$ kaç birimdir?



ÜÇGENİN DIŞ TEĞET ÇEMBERİ

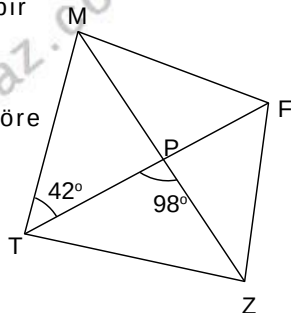
4. Üçgende iki dış açıortay ve diğer iç açının açıortayı bir noktada kesişir. Kesiştikleri bu nokta üçgenin dış teğet



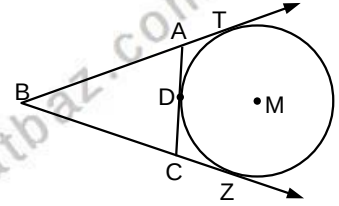
çemberlerinden birinin merkezidir.

Örnek...8 :

Şekilde F noktası MTZ bir üçgeninin dış teğet çemberlerinden birinin merkezidir. $m(\angle T)=42^\circ$ ve $m(\angle TPZ)=98^\circ$ olduğuna göre $m(\angle MZF)-m(\angle PMF)$ kaçtır?

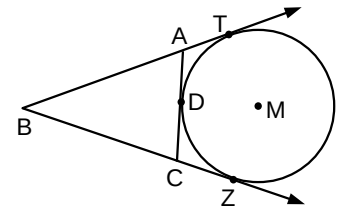


5. [BT ve [BZ M merkezli çemberin teğetleri, [AC] ise çembere D noktasında teğet olmak üzere, ABC üçgeni için $\text{Çevre}(ABC) = |BT| + |BZ| = 2 \cdot |BT|$ dir.



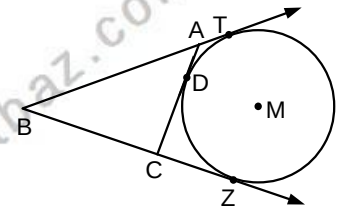
Örnek...9 :

M merkezli çember ABC üçgeninin kenarlarına T, D, Z noktalarında teğettir. $|BT|=13$ br olduğuna göre, $\text{Çevre}(ABC)$ kaç birimdir?



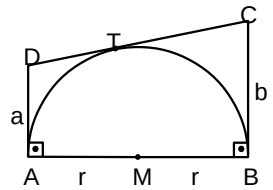
Örnek...10 :

M merkezli çember ABC üçgeninin kenarlarına T, D, Z noktalarında teğettir. $\text{Çevre}(ABC)=32$ br $|CZ|=7$ br olduğuna göre, $|BC|$ kaç birimdir?



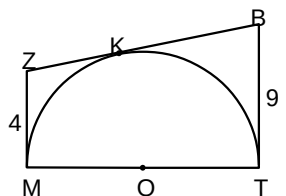
Örnek...11 :

Şekilde $|AD|=a$ br $|BC|=b$ br ve r yarıçaptır. A ve B teğet doğru parçalarının değme noktaları olmak üzere, $r^2=a \cdot b$ bağıntısının geçerli olduğunu gösteriniz



Örnek...12 :

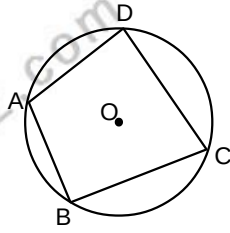
O merkezli yarı çembere, MTBZ dörtgeni M, T ve K noktalarında teğettir. $|MZ|=4$ br $|BT|=9$ br olduğuna göre, $|MT|$ kaç birimdir?



KIRIŞLER DÖRTGENİ

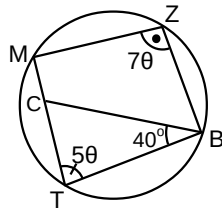
Çemberin kirişlerini kenar kabul eden dörtgene kirişler dörtgeni denir. Kirişler dörtgeninde karşılıklı açılar bütünlerdir.

$$\begin{aligned} m(\widehat{A}) + m(\widehat{C}) &= 180^\circ \\ m(\widehat{B}) + m(\widehat{D}) &= 180^\circ \end{aligned}$$



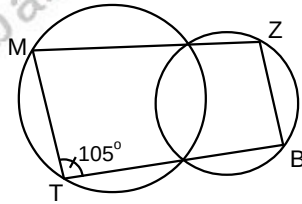
Örnek...13 :

MTBZ kirişler dörtgeni,
 $m(\widehat{MZB}) = 7\theta^\circ$
 $m(\widehat{MTB}) = 5\theta^\circ$
 $m(\widehat{CDK}) = 40^\circ$
 olduğuna göre,
 $m(\widehat{BCM})$ kaç derecedir?



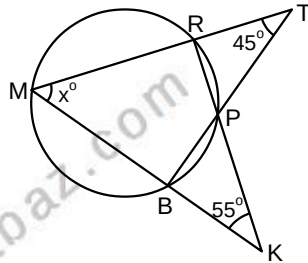
Örnek...14 :

Şekilde verilen MTBZ dörtgeninin iki kenarı çemberlerin kesim noktalarından geçer ve köşeleri çemberler üzerindedir.
 $m(\widehat{MTB}) = 105^\circ$ ise
 $m(\widehat{ZBT})$ kaç derecedir?

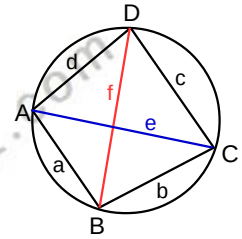


Örnek...15 :

MTB ve MKR birer üçgendir. M, B, P ve R noktaları çember üzerindedir.
 $m(\widehat{MTB}) = 45^\circ$
 $m(\widehat{MKR}) = 55^\circ$
 olduğuna göre,
 $m(\widehat{TMK}) = x$ kaç derecedir?

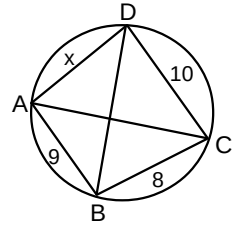


ABCD kirişler dörtgeninin kenar uzunluklarının karşılıklı olarak çarpılıp toplanması köşegen uzunlukları çarpımına eşittir.
 $|AC|=e$ $|BD|=f$ ise
 $e.f=a.c+b.d$ dir.



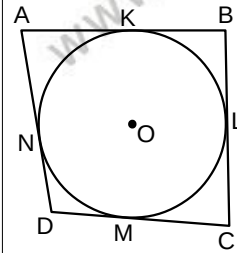
Örnek...16 :

ABCD kirişler dörtgeni
 $|AB|=9$ br
 $|BC|=8$ br
 $|CD|=10$ br
 $|AC|.|BD|=138$ br²
 olduğuna göre,
 $|AD|=x$ kaç birimdir?



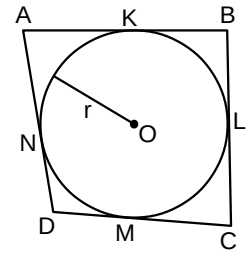
TEĞETLER DÖRTGENİ

Bir çembere teğet olan dört doğru parçasının oluşturduğu dörtgene teğetler dörtgeni denir. ABCD dörtgeninde K, L, M, N teğetlerin değme noktasıdır.



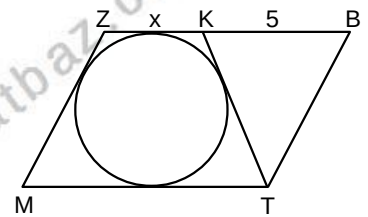
$$|AB| + |CD| = |BC| + |AD|$$

$$\text{Alan}(ABCD) = \frac{\text{Çevre}(ABCD) \cdot r}{2}$$



Örnek...17 :

MTBZ paralelkenar, MTKZ teğetler dörtgeni
 $|KB|=5$ br
 $\text{Çevre}(BTK)=18$ br
 olduğuna göre,
 $|ZK|=x$ kaç birimdir?



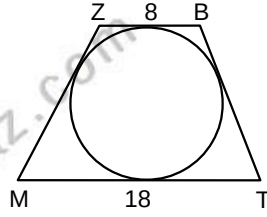
Örnek...18 :

MTBZ ikizkenar yamuğu
bir teğetler dörtgenidir.

$$|BZ|=8 \text{ br}$$

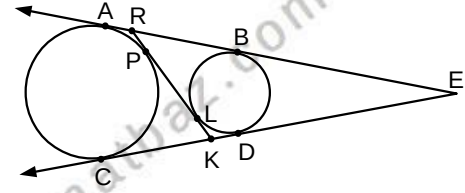
$$|MT|=18 \text{ br}$$

olduğuna göre,
Alan(MTBZ) kaçtır?

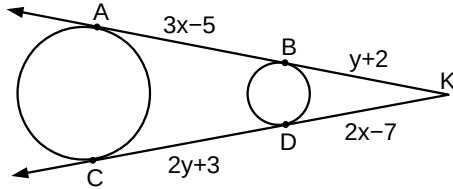


Örnek...21 :

[EA ve
[EC
ışınları
her iki
çembere
de teğet
P ile L
ise
çemberlerin teğet noktalarıdır. $|EK|=15 \text{ br}$
 $|AE|=22 \text{ br}$ olduğuna göre, $|KP|$ kaç birimdir?



Örnek...19 :



AKC açısı çemberlere A, B, C ve D
noktalarında teğettir.

$$|AB|=3x-5 \text{ br}$$

$$|BK|=y+2 \text{ br}$$

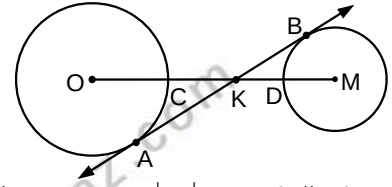
$$|DK|=2x-7 \text{ br}$$

$$|CD|=2y+3 \text{ br}$$

olduğuna göre, $|KA|$ uzunluğu kaç birimdir?

Örnek...22 :

AB doğrusu O
ve M merkezli
çemberlere A ve
B noktalarında
teğettir
 $|OA|=4 \text{ br}$
 $|BM|=3 \text{ br}$
 $|CD|=18 \text{ br}$ olduğuna göre, $|AB|$ uzunluğu kaç
birimdir?



Örnek...20 :

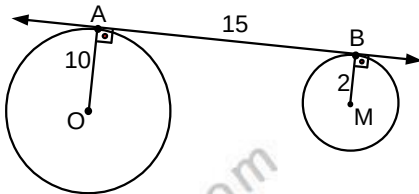
O ve M
merkezli
çemberlerin
ortak teğeti
AB

doğrusudur.

$$|OA|=10 \text{ br}$$

$$|BM|=2 \text{ br}$$

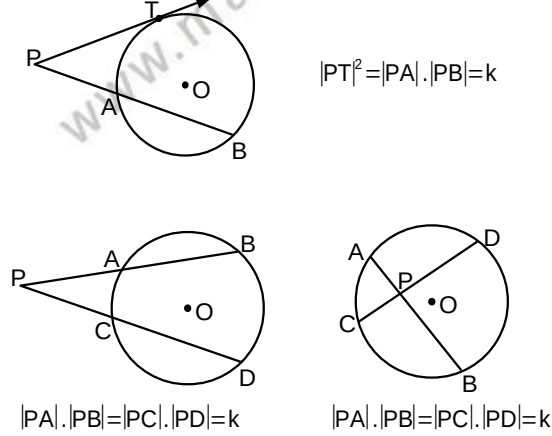
olduğuna göre, çemberler arası uzaklık en az
kaç birimdir?



UYARI

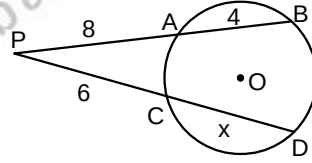
Düzlemde bir çember ve bir P noktası için, P den geçen ve çemberi kesen sonsuz doğru çizilebilir. Her kesen için P noktasının çemberi kestiği noktalara olan uzaklıkları çarpımı sabittir.

Şekilleri inceleyiniz



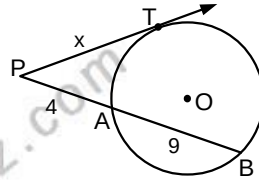
Örnek...23 :

O merkezli çember ile $\widehat{BPD}$ açısı şekildeki gibidir.
|PA|=8 br
|AB|=4 br
|PC|=6 br olduğuna göre, |CD|=x kaç birimdir?



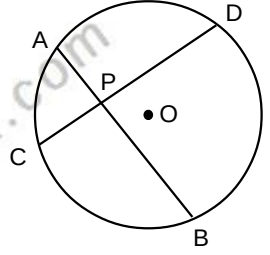
Örnek...24 :

O merkezli çember ile $\widehat{BPT}$ açısı T noktasında teğettir.
|PA|=4 br
|AB|=9 br olduğuna göre, |PT|=x kaç birimdir?



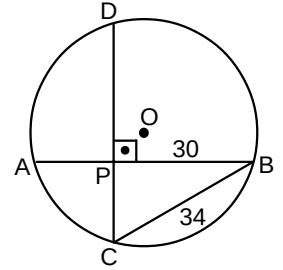
Örnek...25 :

O merkezli çemberde
 $[AB] \cap [CD] = \{P\}$
|PB|=|PA|+4=7 br
|CD|=10 br olduğuna göre, |CP| uzunluğu kaç birimdir?



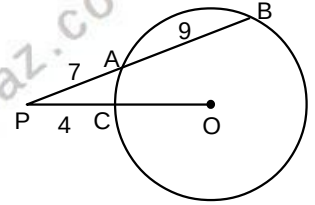
Örnek...26 :

O merkezli çemberde
 $[AB] \perp [CD]$
|BP|=30 br
|BC|=34 br
|AP|=24 br olduğuna göre, |PD| kaç birimdir?



Örnek...27 :

O merkezli çemberde
|PA|=7 br
|AB|=9 br
|PC|=4 br olduğuna göre, çemberin yarıçapı kaç birimdir?

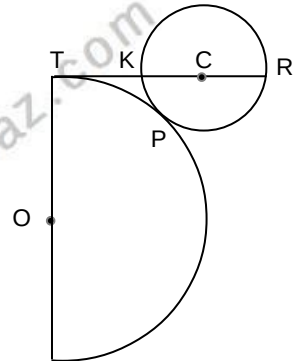


UYARI

Birbirine teğet iki çemberin merkezlerini birleştiren doğru parçası teğet oldukları noktadan geçer.

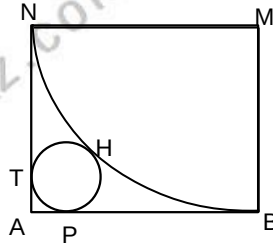
Örnek...28 :

Şekildeki C ve O merkezli çemberler P noktasında dıştan teğettir. [TR], O merkezli yarım çembere T noktasında teğettir.
|TR|=12 br
|OT|=6 br olduğuna göre, |TK| kaç birimdir?

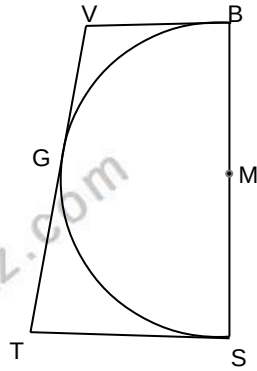


DEĞERLENDİRME - 1

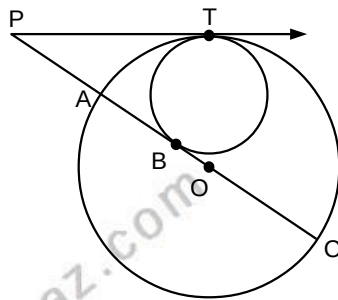
- 1) Şekildeki M çeyrek çemberin merkezi ABMN çevresi 24 birim olan bir karedir. Karenin iki kenarına ve çeyrek çembere teğet olan çemberin yarıçapı kaç birimdir?



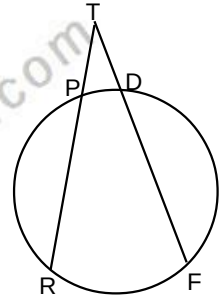
- 2) Şekildeki M merkezli yarım çemberde VT çembere G noktasında teğettir. $|VB| \cdot |TG| = 100 \text{ br}^2$ $[BV]$ ve $[TS]$ teğetler olduğuna göre, çemberin yarıçapı kaç birimdir?



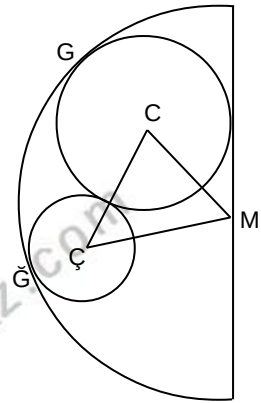
- 3) $[PT]$ çemberlerin ortak teğeti, $[PC]$ ise büyük çemberin keseni ve küçük çemberin teğetidir. $|PA| = 3 \cdot |AB|$ $|BO| = 1 \text{ br}$ olduğuna göre, O merkezli çemberin çapı kaç birimdir?



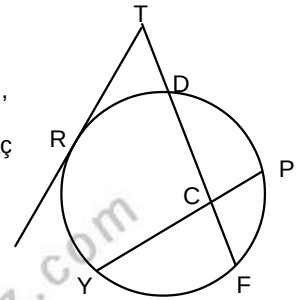
- 4) Şekildeki çemberde, $|TP| = 4 \text{ br}$, $|TR| = 5 \text{ br}$, $|TD| = 3 \text{ br}$ ise $|FD|$ kaç birimdir?



- 5) Şekilde C ve Ç çemberler birbirlerine dıştan ; M merkezli ve 18 birim yarıçaplı çembere içten teğettir. G ve Ğ teğet değme noktaları olmak üzere, $\triangle MÇC$ üçgeninin çevresi kaç birimdir?

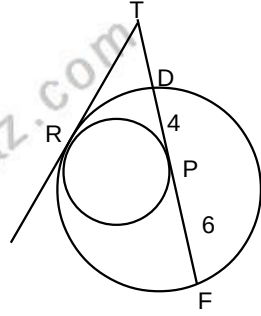


- 6) Şekildeki çemberde TR çembere R de teğettir, $|TR| = 10 \text{ br}$, $|TD| = 4 \text{ br}$, $2 \cdot |CP| = |CD| = |CF| + 3$ olduğuna göre $|CY|$ kaç birimdir?

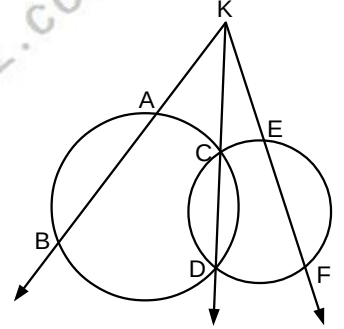


- 7) Şekildeki TR çemberlere R de teğettir.

$|DP|=4br$,
 $|PF|=6br$,
 olduğuna göre,
 $|TF|$ kaç birimdir?

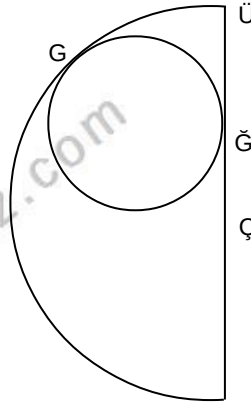


- 10) [KB ve [KF çemberlerin keseni, [KD ise iki çemberin de ortak kesenidir. $|AB|=4$, $|AK|=12$ br $|KE|=5$ br olduğuna göre, $|EF|$ uzunluğu kaç birimdir?



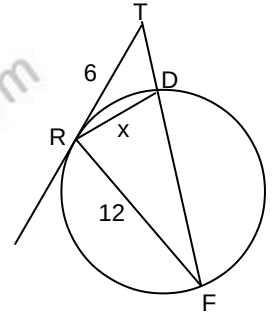
- 8) Şekildeki Ç merkezli yarım çemberde Ğ ve G teğet değme noktalarıdır.

$|ÇĞ|+1=|ÜĞ|=3br$,
 ise küçük çemberin yarıçapı kaç birimdir?



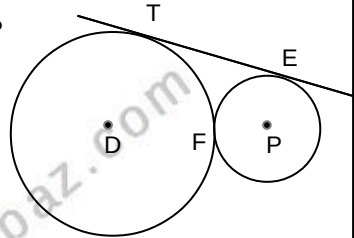
- 11) Şekilde TR çembere R noktasında teğettir.

$D \in [TF]$, $|DF|-|TD|=1br$
 $|TR|=6br$ olduğuna göre,
 $|DR|=x$ kaç birimdir?

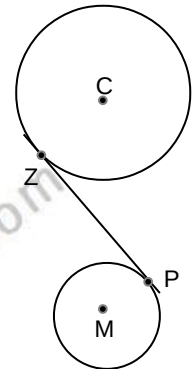


- 9) Şekildeki D ve P merkezli çemberler dıştan teğettir.

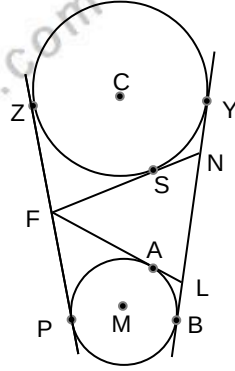
TE ortak teğet ,
 $|TE|=4br$,
 olduğuna göre çemberlerin yarıçapları çarpımı kaçtır?



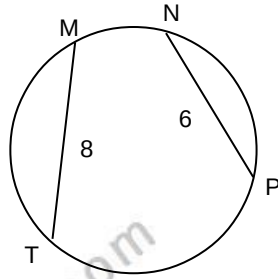
- 12) Şekilde C ve M çemberlerin merkezli ve ZP ortak teğettir. $|ZP|=12br$ ve çemberlerin yarıçapları toplamı 12 birimse merkezler arası uzaklık kaç birimdir?



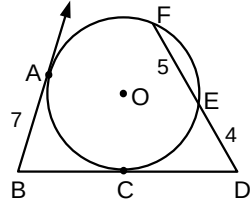
- 13) Şekilde C ve M çemberlerin merkezleridir YB ve ZP ortak teğetlerdir. [FN] S noktasında [FL] A noktasında çemberlere teğettir. 3. |AL|=2. |NY|=|NL|=6br olduğuna göre, FLN üçgeninin çevresi kaç birimdir?



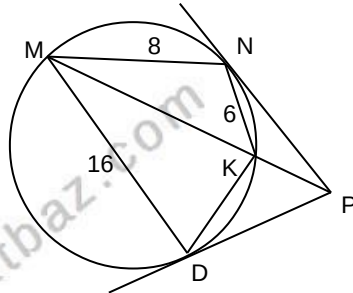
- 14) Şekildeki çemberde $|NP|+2=|MT|=8br$. $m(\widehat{TM})+m(\widehat{NP})=120^\circ$ olduğuna göre, çemberin yarıçapı kaç birimdir?



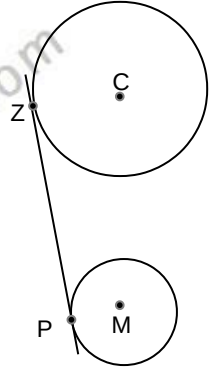
- 15) [BA ve [BD], O merkezli çemberin teğetleridir. $|AB|=7br$ $|DE|=4br$, $|EF|=5br$ olduğuna göre, |BD| kaç birimdir?



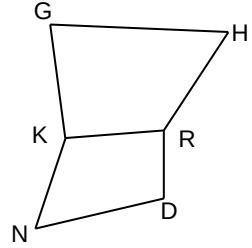
- 16) Şekildeki çemberde [PN], [PD] teğettir. $|NK|=6$, $|MN|=8$ $|MD|=16br$ olduğuna göre, |KD| kaç birimdir?



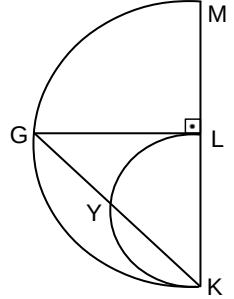
- 17) Şekilde C ve M çemberlerin merkezli ve ZP ortak teğettir. $|ZP|=12br$ ve çemberlerin yarıçapları farkları 6 birimse merkezler arası uzaklık kaç birimdir?



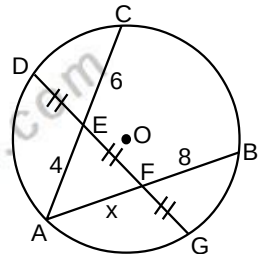
- 18) Şekildeki GKRH ve KNDR dörtgenleri teğetler dörtgenidir. $\angle(GKRH)=28^\circ$ ve $\angle(KNDR)=16^\circ$ ise $|GH|-|ND|$ kaç birimdir?



- 19) Şekilde [KL] ve [MK] yarım çemberlerin çapıdır. $|ML|+10=|KL|=18br$, ise |KY| kaç birimdir?



- 20) O merkezli çemberde $|DE|=|EF|=|FG|$ $|FB|=2$, $|AE|=8br$ $|CE|=6br$ olduğuna göre, |AF|=x kaç birimdir?



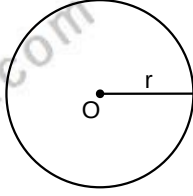
ÇEMBERİN ÇEVRESİ VE DAİRENİN ALANI

O merkezli bir çemberin çevresi,

$$\text{Çevre} = 2 \cdot \pi \cdot r$$

O merkezli bir dairenin alanı,

$$\text{Alan} = \pi \cdot r^2 \text{ dir.}$$

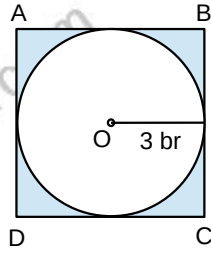


Örnek...1 :

Çapı 4 birim olan bir dairenin yarı çevresi ve alanının sayısal değerleri toplamı kaçtır?

Örnek...2 :

ABCD karesine içten teğet olan O merkezli 3 birim yarıçaplı çember ile kare arasında kalan taralı alan kaç birim karedir?

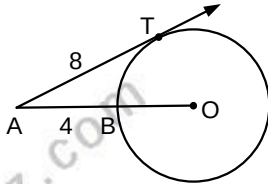


Örnek...3 :

[AT, O merkezli çembere T de teğettir.

$$|AT| = 8 \text{ birim}$$

$|AB| = 4$ birim Olduğuna göre, çemberin çevresi kaç birimdir?



DAİRE DİLİMİ ALANI VE YAY UZUNLUĞU

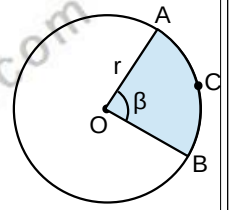
O merkezli r yarıçaplı

dairede $m(\widehat{AOB}) = \beta^\circ$ olacak şekilde taralı daire diliminin alanı,

$$\text{Daire Dilim Alanı} = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\beta}{360^\circ}$$

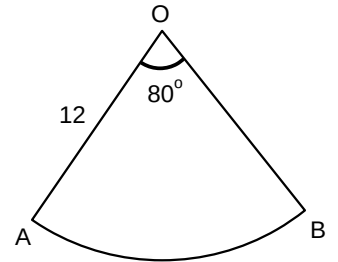
ACB çember yayının uzunluğu,

$$|\widehat{ACB}| = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\beta}{360^\circ} \text{ dir.}$$



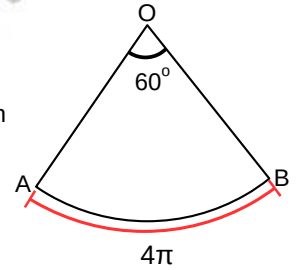
Örnek...4 :

O merkezli 12 cm yarıçaplı 80° lik daire diliminin çevresi kaç cm dir?



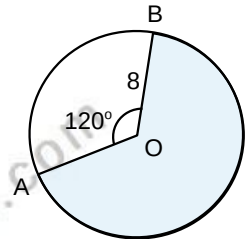
Örnek...5 :

O merkezli 60° lik daire diliminde $|\widehat{AB}| = 4\pi$ daire diliminin alanı kaç cm^2 dir?



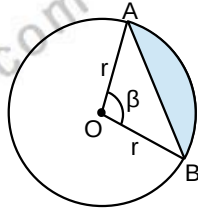
Örnek...6 :

M merkezli 8 birim yarıçaplı çemberde $m(\widehat{AOB}) = 120^\circ$ ise taralı daire diliminin alanı kaç birim karedir?



DAİRE KESMESİ ALANI

O merkezli r yarıçaplı dairede $m(\widehat{AOB}) = \beta^\circ$ olacak şekilde taralı daire kesmesinin alanı, diliminin alanından AOB üçgen alanı çıkarılmasıyla bulunur



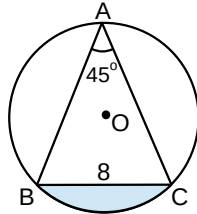
$$\text{Daire Kesmesi Alanı} = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\beta}{360^\circ} - \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin \beta$$

Örnek...7 :

ABC üçgeninin çevrel çemberi çizilmiştir.

$$m(\widehat{BAC}) = 45^\circ$$

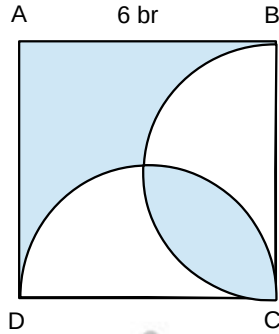
$|BC| = 8$ br olduğuna göre, taralı alan kaç birim karedir?



Örnek...8 :

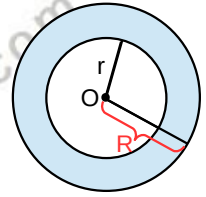
ABCD karesinin içine [CD] ve [BC] çaplı yarım çemberler çizilmiştir.

$|AB| = 6$ br olduğuna göre, taralı alanlar toplamı kaç birim karedir?



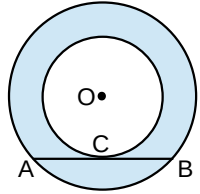
DAİRE HALKASININ ALANI

O merkezli r ve R yarıçaplı iki çember arasında kalan daire halkasının alanı, Halka Alanı $= \pi \cdot (R^2 - r^2)$ dir.



Örnek...9 :

Merkezleri ortak iki çemberden birine teğet diğerine kiriş olan [AB] doğru parçasının uzunluğu 20 birim olduğuna göre halka alanı kaç birim karedir?



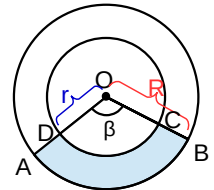
HALKA DİLİMİNİN ALANI

O merkezli r ve R yarıçaplı iki çember arasında kalan daire halkasının diliminin alanı,

$$\frac{r}{R} = \frac{|\widehat{CD}|}{|\widehat{AB}|}$$

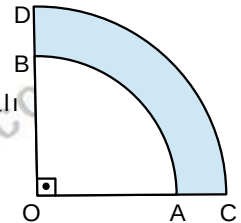
$$\text{Taralı Alan} = \pi \cdot (R^2 - r^2) \cdot \frac{\beta}{360^\circ}$$

$$\text{Taralı Alan} = \frac{(|\widehat{AB}| + |\widehat{CD}|)}{2} \cdot (R - r) \text{ dir.}$$



Örnek...10 :

O merkezli iki çeyrek dairenin yarı çapları 8 br ve 10 br dir. Buna göre taralı alan kaç birim karedir?

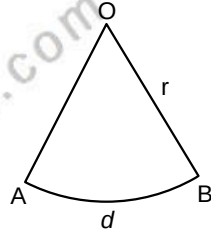


DAİRE DİLİMİNİN ALANI – 2

O merkezli r yarıçaplı daire dilimde

$|\widehat{AB}| = d$ ise

Dilim Alanı $= \frac{d \cdot r}{2}$ dir.



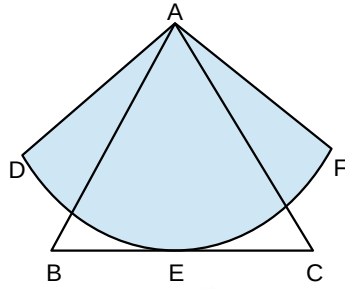
Örnek...11 :

A merkezli daire dilimine ABC eşkenar üçgeni E noktasında teğettir.

$|AB| = 4\sqrt{3}$ br Ve

DEF yayının uzunluğu 12

birim olduğuna göre, daire diliminin alanı kaç birim karedir?



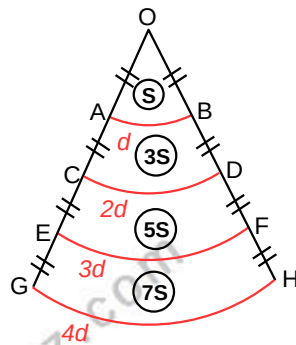
DAİREDE BENZERLİK

O merkezli daire diliminin $|OG|$ uzunluğunu eşit olarak bölen yay parçaları ile benzer daire dilimleri elde edilir.

$|\widehat{OA}| = |\widehat{AC}| = |\widehat{CE}| = |\widehat{EG}|$ ise

$|\widehat{AB}| = d$ $|\widehat{CD}| = 2d$ $|\widehat{EF}| = 3d$ $|\widehat{GH}| = 4d$ olur.

Alanlar ise S, 3S, 5S, 7S, şeklinde oluşur.



Örnek...12 :

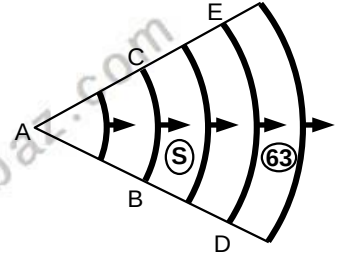
A noktasından yayılan bir ses dalgası modeli şekilde verilmiştir.

$|\widehat{ED}| = 14\pi$ m ve 63 m^2

lik alan içinde

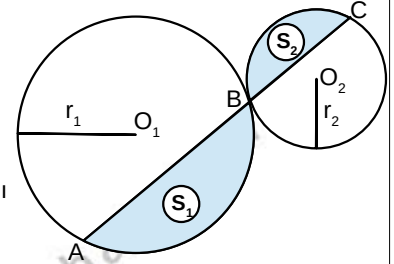
bulunduğu halka diliminin alanı olmak

üzere, S alanı ve $|\widehat{BC}|$ yay uzunluğu kaçır? (iki dalga arası mesafe eşittir.)



O_1 ve O_2 merkezli çemberler B noktasında dıştan teğettir. $[AC]$ doğru parçası ile oluşan S_1 ve S_2 alanlı daire kesimleri benzer olup şöyle kıyaslanırlar.

a) $\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{r_1}{r_2}$ b) $\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$



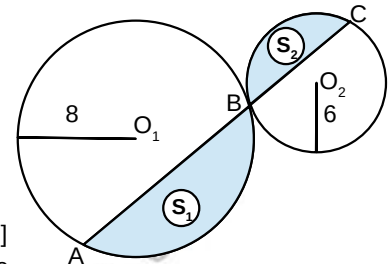
Örnek...13 :

O_1 ve O_2 merkezli çemberler B noktasında dıştan teğettir. Yarıçapları sırasıyla 8 cm ve 6 cm dir. $[AC]$ doğru parçası ile

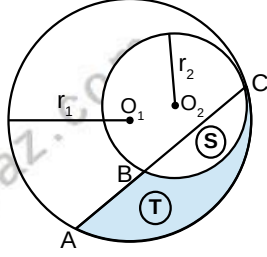
oluşan S_1 ve S_2 alanları içlerinde

bulundukları bölgelerin alanları olmak üzere,

$\frac{S_1}{S_2}$ oranı kaçır?



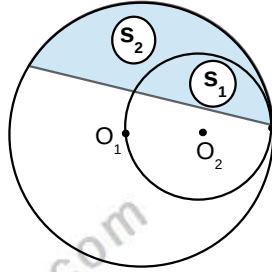
O_1 ve O_2 merkezli çemberler C noktasında içten teğettir. [AC] doğru parçası ile oluşan S ve T alanlı daire kesimleri benzer olup şöyle kıyaslanırlar.



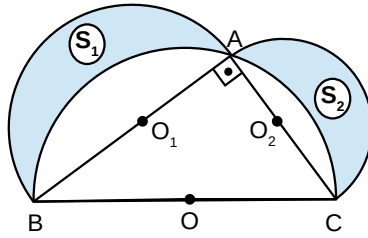
a) $\frac{|AC|}{|BC|} = \frac{r_1}{r_2}$ b) $\frac{S}{S+T} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$

Örnek...14 :

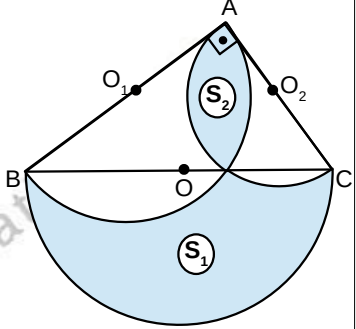
Şekildeki O_2 merkezli çember O_1 merkezli çembere içten teğettir. S_1 ve S_2 içlerinde bulundukları bölgelerin alanları ve $S_1 + S_2 = 36 \text{ br}^2$ ise S_2 alanı kaçtır?



ABC dik üçgeninin kenarlarını çap kabul eden O , O_1 ve O_2 merkezli yarım çemberler çizilmiştir. $|AB|=c \text{ br}$, $|AC|=b \text{ br}$ ve $|BC|=a \text{ br}$ ise çemberler arasında kalan taralı alanlar toplamı $S_1 + S_2 = \frac{b \cdot c}{2}$ dir.

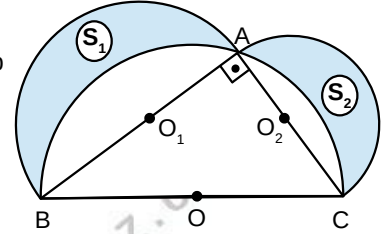


ABC dik üçgeninin kenarlarını çap kabul eden O , O_1 ve O_2 merkezli yarım çemberler çizilmiştir. $|AB|=c \text{ br}$, $|AC|=b \text{ br}$ ve $|BC|=a \text{ br}$ ise çemberler arasında kalan taralı alanlar farkı $S_1 - S_2 = \frac{b \cdot c}{2}$ dir.



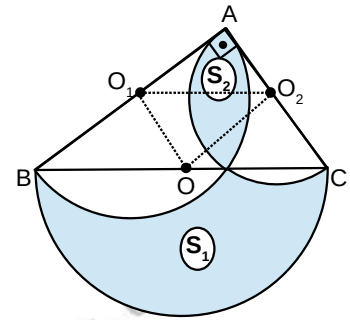
Örnek...15 :

ABC dik üçgeninin kenarlarını çap kabul eden O , O_1 ve O_2 merkezli yarım çemberler çizilmiştir. A noktasının [BC] ye uzaklığı 6 br ve $|AO|=7 \text{ br}$ ise $S_1 + S_2$ taralı alanlar toplamı kaçtır?



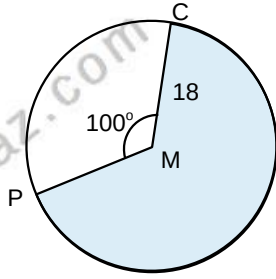
Örnek...16 :

ABC dik üçgeninin kenarlarını çap kabul eden O , O_1 ve O_2 merkezli yarım çemberler çizilmiştir. , $m(\angle O_1 O_2 O) = 30^\circ$ ve $|O_1 O_2| \cdot |O O_2| = 26 \text{ br}^2$ ise taralı alanlar farkı $S_1 - S_2$ kaçtır?

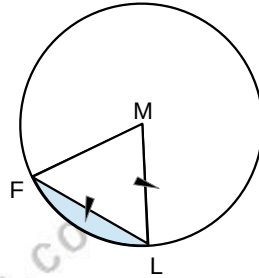


DEĞERLENDİRME – 1

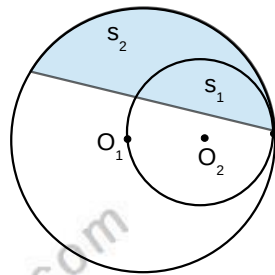
- 1) M merkezli 18 birim yarıçaplı çemberde $m(\widehat{PMC}) = 100^\circ$ ise taralı daire diliminin alanı kaç birim karedir?



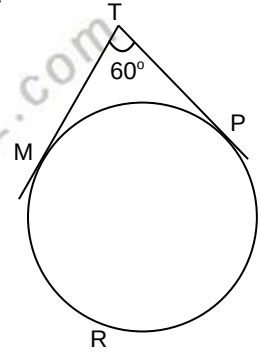
- 2) Şekildeki M merkezli çemberde $|ML| = |FL|$, $|FM| = 12$ br olduğuna göre, taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?



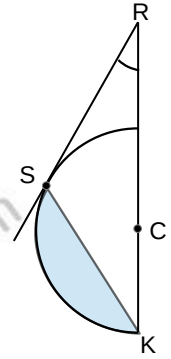
- 3) Şekildeki O_2 merkezli çember O_1 merkezli çembere içten teğettir. S_1 ve S_2 içlerinde bulundukları bölgelerin alanları olmak üzere, $\frac{S_2}{S_1}$ kaçtır?



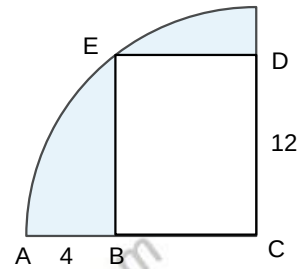
- 4) Şekildeki çemberde T noktasından çizilen teğetler çembere M ve P noktalarında değmektedir. $m(\widehat{MTP}) = 60^\circ$, $|MRP| = 40\pi$ br ise dairenin alanı kaç birim karedir?



- 5) Şekildeki C merkezli ve 6 birim yarıçaplı çemberde R noktasından çizilen teğet çembere S noktasında değmektedir. $m(\widehat{SRK}) = 30^\circ$ olduğuna göre taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?

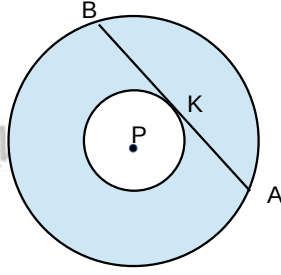


- 6) Şekilde C çeyrek çemberin merkezi BCDE dikdörtgendir. $3|AB| = |DC| = 12$ br olduğuna göre taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?

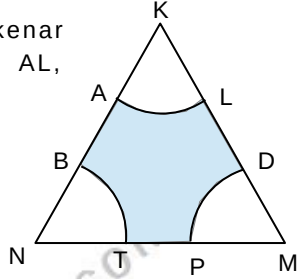


DEĞERLENDİRME – 2

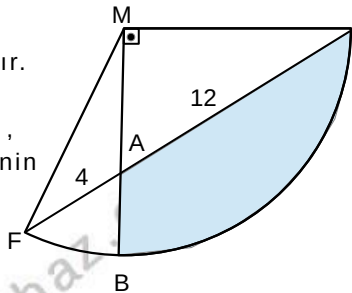
- 1) P iki çemberinde merkezidir. [BA] küçük çembere K noktasında teğet taralı bölgenin alanı 121π ise $|AB|$ kaç birimdir?



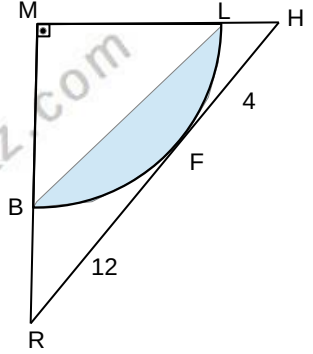
- 2) Şekildeki MKN eşkenar üçgeninin köşeleri AL, BT ve DP yayları görülen dairelerin merkezleridir.
 $|KL|=|LD|=3br$,
 $|MP|=|AB|+1=2br$
 ise taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?



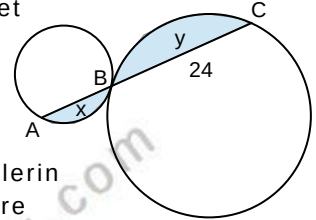
- 3) FL M merkezli çemberin yayıdır. $[MB] \perp [ML]$,
 $3|FA|=|AL|=12br$,
 ise taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?



- 4) Şekildeki RH , M merkezli daireye F noktasında teğettir. $3|FH|=|RF|=12br$, ise taralı bölgenin alanı kaç birim karedir?



- 5) Şekilde dıştan teğet çemberler verilmiştir. $|BC|=24br$ x ve y içlerinde bulundukları bölgelerin alanları olmak üzere $2x^2-5xy-12y^2=0$ biliniyorsa $|AB|$ kaç birimdir?

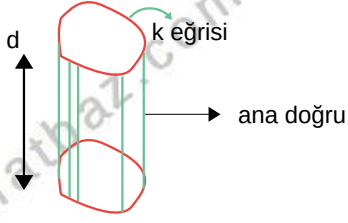


UZAY GEOMETRİ-1

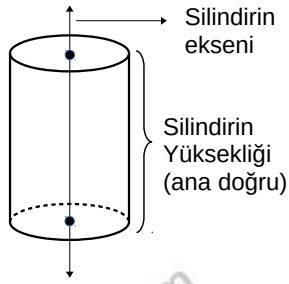
SİLİNDİR

SİLİNDİR

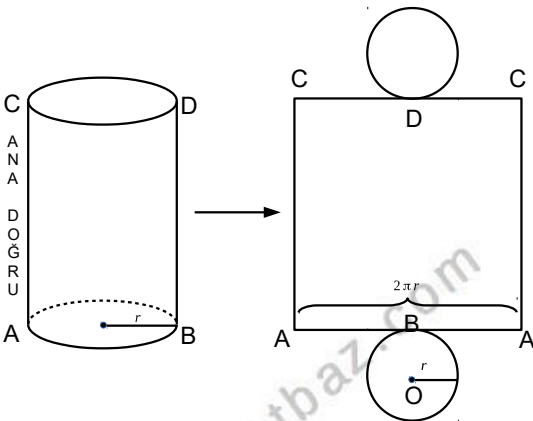
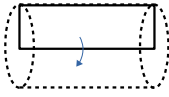
Bir k eğrisine dayanan ve sabit bir d doğrusuna paralel olarak kayan doğruların oluşturduğu yüzeye, silindirik yüzey denir. k eğrisine silindirik yüzeyin dayanak eğrisi veya doğrultmanı, paralel doğrulara da ana doğruları denir.



Silindirik yüzey ile bu yüzeyi kesen paralel iki düzlemin sınırladığı cisme silindir, düzlemlerle oluşan kesitlerin her birine silindirin tabanı denir. Silindirin tabanlarının merkezinden geçen doğruya silindirin eksenini denir.



Dikdörtgensel bölgenin 360° döndürülmesi ile dönel silindir elde edilir. (Dik dairesel silindire dönel silindir de denir.)

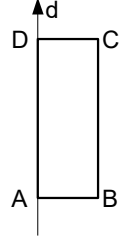


$$\text{Hacim } \pi r^2 \cdot h$$

$$\text{Toplam Alan} = \text{Taban alanları} + \text{Yanal Alan} = 2\pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \cdot h$$

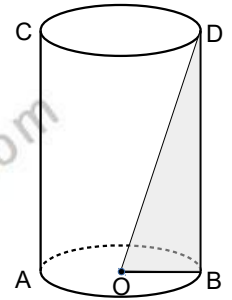
Örnek...1 :

ABCD dikdörtgenin AD kenarı d doğrusu üzerindedir. 2. $|AB|=|CB|=6br$ ise dikdörtgenin d doğrusu etrafında döndürülmesiyle oluşan kapalı cismin hacmi kaç birim küptür?



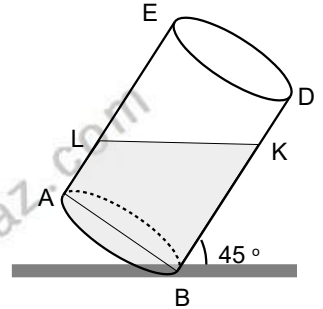
Örnek...2 :

Şekilde taban merkezi O olan dik silindir veriliyor. Bu silindirin taban alanı 36π birim kare ve yanal alanı 144π birim kare ise taralı üçgenin alanı kaç birim karedir?



Örnek...3 :

$|LA|=|KD|=2br$, $|AB|=6br$ Şekildeki dik silindir taban düzlemiyle 45° lik açı yapacak şekilde eğilmiştir. Silindirin içindeki suyun hacmi kaç birim küptür?

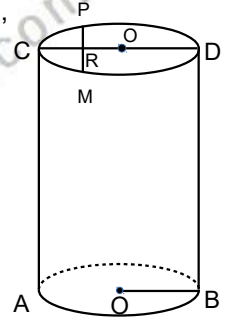


DEĞERLENDİRME

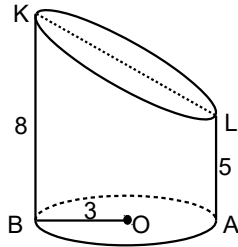
- 1) ABCD dikdörtgenin AD kenarı d doğrusuna paraleldir. C noktasının d doğrusuna uzaklığı 6 birim ve $|AB|=|CB|=8br$ ise dikdörtgenin d doğrusu etrafında döndürülmesiyle oluşan kapalı cismin
- hacmi kaç birim küptür?
 - yüzey alanı kaç birim karedir?



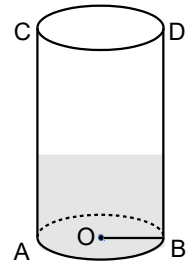
- 3) $|DB|=6\pi br$, $|CR|=|RO|=3br$, $[CD]\perp[PM]$
Şekildeki dik silindirin B noktasından harekete geçen bir karınca yüzey üzerinden hareket ederek en kısa yoldan P noktasına ulaşmak istiyor. Alacağı yol en az kaç birimdir?



- 2) O, dik silindirin yarıçapı 3 birim olan taban dairesinin merkezidir. Kesik silindirde $|LA|=5br$, $|KB|=8br$ olduğuna göre kesik silindirin hacmi kaç birim küptür?



- 4) $|OB|=2br$.
Şekildeki dik silindirin içinde bir miktar su vardır. Silindirin içine 1 birim yarıçaplı demir bilye atılırsa bilye tamamen suya batmaktadır. Buna göre suyun yüksekliği kaç birim artar?

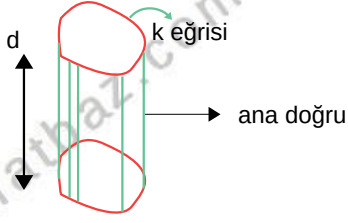


UZAY GEOMETRİ-1

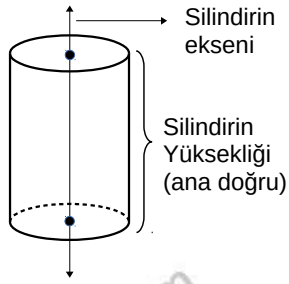
SİLİNDİR

SİLİNDİR

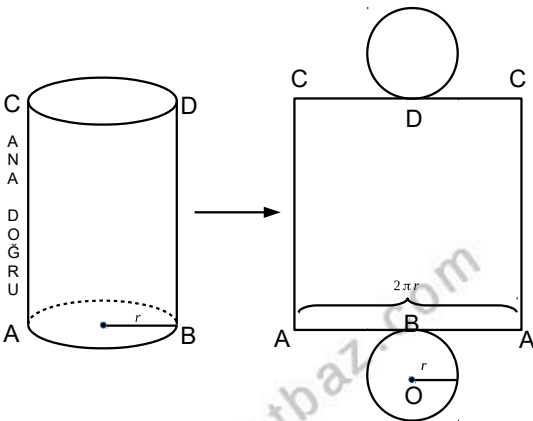
Bir k eğrisine dayanan ve sabit bir d doğrusuna paralel olarak kayan doğruların oluşturduğu yüzeye, silindirik yüzey denir. k eğrisine silindirik yüzeyin dayanak eğrisi veya doğrultmanı, paralel doğrulara da ana doğruları denir.



Silindirik yüzey ile bu yüzeyi kesen paralel iki düzlemin sınırladığı cisme silindir, düzlemlerle oluşan kesitlerin her birine silindirin tabanı denir. Silindirin tabanlarının merkezinden geçen doğruya silindirin eksenini denir.



Dikdörtgensel bölgenin 360° döndürülmesi ile dönel silindir elde edilir. (Dik dairesel silindire dönel silindir de denir.)

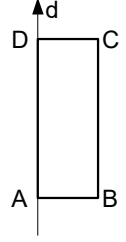


$$\text{Hacim } \pi r^2 \cdot h$$

$$\text{Toplam Alan} = \text{Taban alanları} + \text{Yanal Alan} = 2\pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \cdot h$$

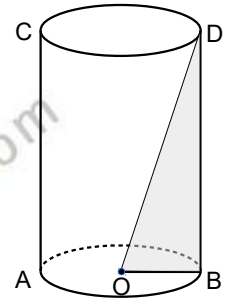
Örnek...1 :

ABCD dikdörtgenin AD kenarı d doğrusu üzerindedir. 2. $|AB|=|CB|=6br$ ise dikdörtgenin d doğrusu etrafında döndürülmesiyle oluşan kapalı cismin hacmi kaç birim küptür?



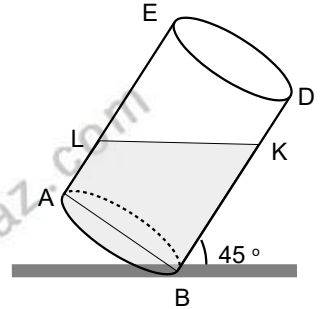
Örnek...2 :

Şekilde taban merkezi O olan dik silindir veriliyor. Bu silindirin taban alanı 36π birim kare ve yanal alanı 144π birim kare ise taralı üçgenin alanı kaç birim karedir?



Örnek...3 :

$|LA|=|KD|=2br$, $|AB|=6br$ Şekildeki dik silindir taban düzlemiyle 45° lik açı yapacak şekilde eğilmiştir. Silindirin içindeki suyun hacmi kaç birim küptür?

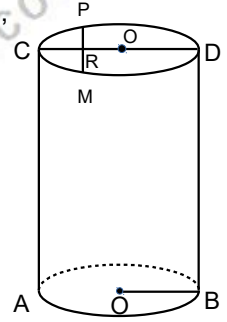


DEĞERLENDİRME

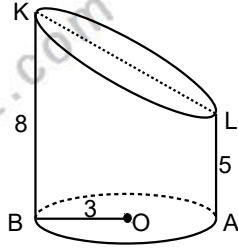
- 1) ABCD dikdörtgenin AD kenarı d doğrusuna paraleldir. C noktasının d doğrusuna uzaklığı 6 birim ve $2|AB|=|CB|=8br$ ise dikdörtgenin d doğrusu etrafında döndürülmesiyle oluşan kapalı cismin
- a) hacmi kaç birim küptür?
- b) yüzey alanı kaç birim karedir?



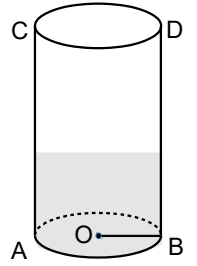
- 4) $|DB|=6\pi br$, $|CR|=|RO|=3br$, $[CD]\perp[PM]$
- Şekildeki dik silindirin B noktasından harekete geçen bir karınca yüzey üzerinden hareket ederek en kısa yoldan P noktasına ulaşmak istiyor. Alacağı yol en az kaç birimdir?



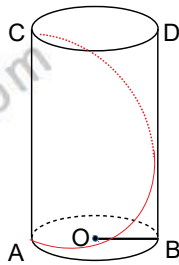
- 2) O, dik silindirin yarıçapı 3 birim olan taban dairesinin merkezidir. Kesik silindirde $|LA|=5br$, $|KB|=8br$ olduğuna göre kesik silindirin hacmi kaç birim küptür?



- 5) $|OB|=2br$.
- Şekildeki dik silindirin içinde bir miktar su vardır. Silindirin içine küp biçimli, içi dolu ve içine su sızmayan metal bir nesne atıldığında cisim tamamen batıyor ve suyun yüksekliği $\frac{16}{\pi}br$ birim artıyor. Buna göre, küpün bir ayrıtı kaç birimdir?



- 3) O, dik silindirin yarıçapı 2 birim olan taban dairesinin merkezi, $|DB|=3\pi br$ dir. Silindirin A noktasından harekete geçen bir karınca, yüzeyler üzerinden şekildeki hareketle C ye gidecektir. Buna göre, karıncanın alacağı yol en az kaç birimdir?

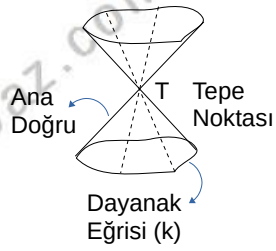


UZAY GEOMETRİ-2

KONİ

KONİ

Sabit bir T noktasından geçen ve sabit bir k eğrisine dayanan doğruların oluşturduğu yüzeye, koni yüzeyi denir. T noktasına, koninin tepe noktası, k eğrisine, dayanak eğrisi, tepe noktasından geçen doğrulara da ana doğruları denir.

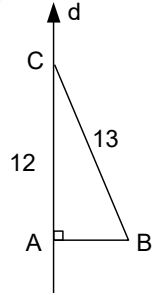


Örnek...1 :

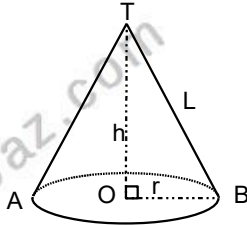
ABC dik üçgeninin AC kenarı d doğrusu üzerindedir.

$1+|AC|=|CB|=13$ br ise dik üçgeninin d doğrusu etrafında döndürülmesiyle oluşan kapalı cismin

- a) hacmi kaç birim küptür?
b) tüm alanı kaç birim karedir?



Tabanı daire olan piramide koni denir. Yüksekliği tabanın ağırlık merkezinden geçen koniye dik veya dönel koni denir.



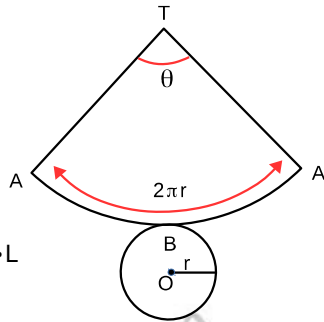
Şekildeki dik konide, [TO] koninin yüksekliği, [TB] koninin ana doğrusu, r ise taban yarıçapıdır.

$$\text{Hacim}=V=\frac{\pi r^2 h}{3}$$

$$h^2+r^2=L^2$$

$$\text{Tüm alan } \pi r^2+\pi \cdot r \cdot L$$

$$\frac{r}{L}=\frac{\theta}{360}$$

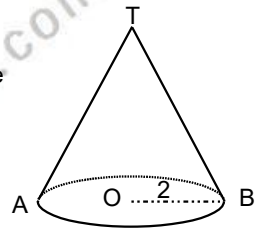


Örnek...2 :

Ana doğrusunun uzunluğunun taban yarıçapına oranı 3 olan bir dik koninin yanal alanı 24π birim karedir. Buna göre koninin yüksekliği kaç birimdir?

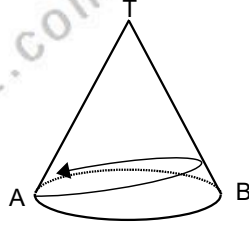
Örnek...3 :

Şekilde taban yarıçapı 2 birim olan dik koninin yanal alanı 12π birim kare ise açınımı yapıldığında oluşan dairenin merkez açısı kaç derece olur?

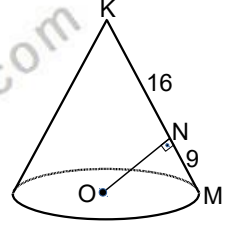


Örnek...4 :

Şekilde taban çapı 4 birim olan dik koninin yanal alanı 12π birim karedir. A noktasından çıkıp yüzey üzerinde dolaşarak A noktasına dönen bir karıncanın alacağı yol en az kaç birimdir?

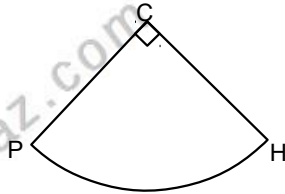


- 3) Şekilde dik koninin taban merkezi O noktasıdır. $[KM] \perp [ON]$, $|NM| = 9$ br, $|KN| = 16$ br olduğuna göre, bu koninin yüzey alanını bulunuz.

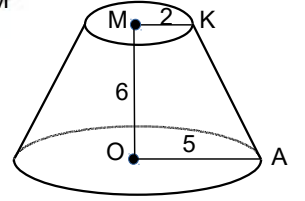


DEĞERLENDİRME

- 1) Şekilde yarıçapı 12 birim olan daire dilimi kıvrılarak tabanı olmayan bir koni yapılıyor. Bu koninin yüksekliği kaç birimdir?



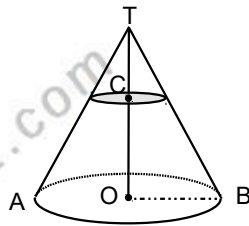
- 4) Dönel kesik konide O ve M paralel taban dairelerinin merkezleridir. $|MK| = 2$ br, $|OM| = 6$ br, $|OA| = 5$ br dir. Buna göre kesik koninin
a) hacmi
b) yüzey alanını hesaplayınız



- 2) Şekildeki dik koninin taban yarıçapı 12 birim ve yüksekliği 27 birimdir.

$$\frac{|TC|}{|CO|} = \frac{1}{2} \text{ ise bu koni}$$

taban dairesine paralel C den geçen bir düzlemlle kesildiğinde oluşacak cisimlerden büyüğünün hacmi küçüğünün hacminden kaç birim küp fazladır?

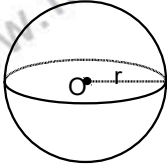


UZAY GEOMETRİ-3

KATI CİSİMLER

KÜRE

Uzayda sabit bir noktadan eşit uzaklıktaki noktalar kümesine küre yüzeyi, bu yüzey ile sınırlandırılmış noktaların geometrik yerine de küre cismi denir. Burada sabit nokta kürenin merkezi, eşit uzaklığa ise kürenin yarıçapı denir.



O merkezli ,r yarıçaplı küre verilmiştir

Kürenin yüzey alanı $4\pi r^2$

Kürenin hacmi $\frac{4}{3}\pi r^3$

Örnek...1 :

Yarıçapı 3 birim olan kürenin yüzey alanının hacmine oranı kaçtır?

Örnek...2 :

Yüzey alanı, hacminin $\frac{1}{3}$ üne eşit olan kürenin yarıçapı kaç cm dir?

Örnek...3 :

Yüzey alanı 16π cm² olan kürenin hacmi kaç cm³ tür?

Örnek...4 :

Yarıçapı $\frac{1}{2}$ oranında arttırılan kürenin yüzey alanı yüzde kaç artar?

KÜRE DİLİMİ

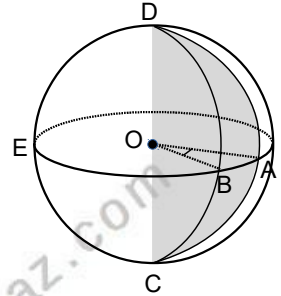
$|OB|=r, m(\angle AOB)=\theta$

Şekildeki küre diliminin hacmi

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \frac{\theta}{360}$$

Küre diliminin alanı

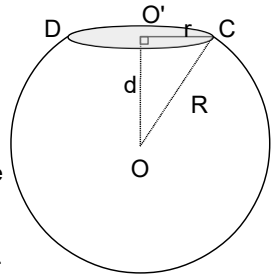
$$4\pi r^2 \cdot \frac{\theta}{360} + \pi r^2$$



KÜRE KESİTİ

Bir küre merkezinden d uzaklıkta bir düzlem ike kesilirse elde edilen kesit bir daire olur.

$d^2 + r^2 = R^2$ bağıntısı ile kesit yarıçapı ile kürenin yarıçapı birbirine bağlanabilir.



Örnek...5 :

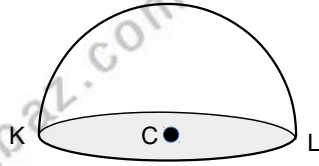
Yarıçapı 25 birim olan bir kürenin merkezinden 24 cm uzaklıkta bir küre kesiti alınır, elde edilen kesitin alanı kaç birim kare olur?

UZAY GEOMETRİ-3

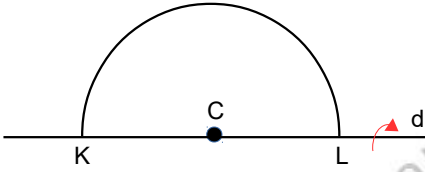
KATI CİSİMLER

Örnek...6 :

Şekildeki yarım kürenin yüzey alanı $108\pi br^2$ ise hacmi kaçtır?



Örnek...7 :

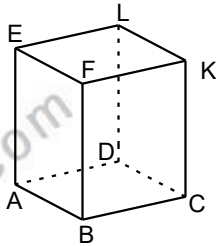


şekilde C merkezli ve KL çaplı yarım dairenin yarıçapı 6 birimdir. Bu daire şekildeki d doğrusu etrafında 270° döndürülürse oluşan katı cismin

- hacmi kaç birim küptür?
- yüzey alanı kaç birim karedir?

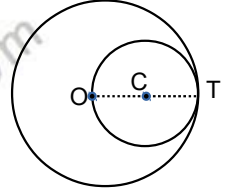
Örnek...8 :

Şekildeki tahtadan dikdörtgenler prizmasında $|AB|=4br$, $|BC|=6br$ ve $|CK|=12br$ dir. Bu dikdörtgenler prizması yontularak en büyük hacimli küre elde edildiğinde yontulan tahta kaç birim küp olur?



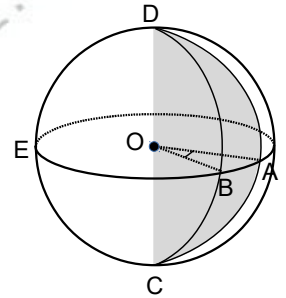
Örnek...9 :

Şekildeki O merkezli kürenin içinden C merkezli küre çıkartıldığında kalan cismin hacmi $252\pi br^3$ olduğuna göre $|CT|$ kaç birimdir?



Örnek...10 :

$|AO|=12br$, $m(\widehat{AOB})=40^\circ$
Şekildeki kürede taralı dilim kesilerek çıkartılıyor. Kalan cismin alanı kaç birim karedir?



OLASILIK -1

KOŞULLU OLASILIK – BAĞIMSIZ OLAYLAR

KOŞULLU OLASILIK:

Bir E örnek uzayının herhangi iki olayı A ile B olsun. B olayının gerçekleşmiş olması halinde, A olayının olasılığına, “A olayının B ye bağlı koşullu olasılığı “ denir ve bu olasılık $P(A|B)$ ile gösterilir.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

E uzayı eş olumlu ise $P(A|B) = \frac{s(A \cap B)}{s(B)}$

Örnek...1 :

A ve B aynı örnek uzayın olayları olmak üzere, $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ ve $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$ ise
a) $P(A|B) = ?$ b) $P(B|A) = ?$

Örnek...2 :

Düzgün bir zarın havaya atılması deneyinde tek sayı geldiği bilindiğine göre, bu sayının asal sayı olması olasılığı kaçtır?

Örnek...3 :

Bir sınıfta 10 erkek 5 kız öğrenci vardır. Kızlardan birinin adı Seda'dır. Sınıftan rastgele bir öğrenci seçildiği zaman kız olduğu bilindiğine göre, bunun Seda olma olasılığı kaçtır?

Örnek...4 :

Bir çift zarın atılması deneyinde zarlardaki sayılar toplamının 8 olduğu bilindiğine göre bu sayıların ikisinin de çift sayı olması olasılığı kaçtır?

Örnek...5 :

$A = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ kümesinin alt kümeleri birer karta yazılıp, bir kutuya konuyor. Bu kutudan rastgele bir kart çekiliyor. Çekilen kartta kümenin 3 elemanlı bir küme olduğu bilindiğine göre, bu kümede 4'ün bulunma olasılığı kaçtır?

Örnek...6 :

35 kişilik bir sınıfta, matematikten geçenlerin sayısı 21, fizikten geçenlerin sayısı 18 ve her iki dersten de geçenlerin sayısı 8 dir. Bu sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin matematikten kalan bir öğrenci olduğu bilindiğine göre fizikten geçen bir öğrenci olma olasılığı kaçtır?

OLASILIK -1

KOŞULLU OLASILIK – BAĞIMSIZ OLAYLAR

ÇARPMA KURALI

E bir eş olumlu örnek uzay ve A ve B bu örnek uzayın iki olayı olmak üzere,

$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ koşullu ifadesi tekrar düzenlenerek $P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$ yazılarak çarpım kuralı elde edilir.

Örnek...7 :

Bir sınıfta 10 kız, 6 erkek öğrenci vardır. Sınıftan ard arda iki öğrenci seçiliyor. Birincinin kız ve ikincinin erkek olma olasılığı kaçtır? (ikinci kişi kalan kişiler arasında seçiliyor)

Örnek...8 :

6 yüzücü, 4 koşucu arasından 2 kişi seçilecektir. Bu iki kişinin de yüzücü olması olasılığı kaçtır?

Örnek...9 :

Bir grupta 5 kız ve 3 erkek öğrenci vardır. Gruptan seçilecek 3 kişinin de kız olma olasılığı kaçtır?

Örnek...10 :

5 kız, 5 erkek öğrenci arasından rastgele 2 öğrenci seçilirse,

a) öğrencilerden birinin kız, diğerinin erkek olma olasılığı kaçtır?

b) öğrencilerden birincinin kız, ikincinin erkek olma olasılığı kaçtır?

Örnek...11 :

Bir kutuda 4 kırmızı, 3 mavi bilye vardır. Bu torbadan ard arda ve seçilen tekrar geri konmamak koşuluyla 4 bilye alınıyor. Bunlardan ilk ikisinin kırmızı, diğerlerinin mavi olasılığı kaçtır?

Örnek...12 :

Her birinde 2 yeşil, 4 sarı top bulunan iki torbanın birincisinden bir top alınıp ikincisine ve sonra ikincisinden bir top alınıp birincisine konulduğu zaman, renk bakımından ilk durumu elde etme olasılığı kaçtır?

OLASILIK -1

KOŞULLU OLASILIK – BAĞIMSIZ OLAYLAR

BAĞIMSIZ OLAYLAR

A ve B aynı örnek uzayın olayları olmak üzere $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ ise, A ve B olaylarına bağımsız olaylar denir.

Örnek...13 :

Düzgün bir para ile düzgün bir zar birlikte atılıyor. Paranın tura ve zarın çift sayı gelme olasılığı kaçtır?

Örnek...14 :

Bir kutuda 2 si bozuk 5 kalem, ikinci bir kutuda 3 ü bozuk 7 kalem vardır. Kutulardan birer kalem alınıyor. İki kaleminde sağlam olması olasılığı kaçtır?

Örnek...15 :

2 yüzü mavi, 3 yüzü kırmızı ve diğer yüzü sarı olan bir zar ard arda 3 kez atılıyor. Üst yüze gelen rengin üç defa mavi gelme olasılığı kaçtır?

Örnek...16 :

Düzgün bir para 4 defa atıldığında en az bir tura gelme olasılığı kaçtır?

Örnek...17 :

İki torbadan birinde 3 kırmızı, 3 mavi ve diğerinde 5 kırmızı 3 mavi bilye vardır. Rastgele seçilen bir torbadan yine rastgele seçilen bir bilyenin kırmızı olması olasılığı kaçtır?

Örnek...18 :

Bir hedefe atış yapan Ali'nin hedefi vurma olasılığı 4/5, Ayşe'nin hedefi vurma olasılığı 2/3 olduğuna göre, yapılan birer atış sonunda

a) sadece Ali'nin hedefi vurma olasılığı kaçtır?

b) hedefin vurulmuş olma olasılığı kaçtır?

Örnek...19 :

Bir zar ile bir madeni para birlikte atılıyor.

a) Oluşabilecek durumları ağaç diyagramı ile gösteriniz.

b) Paranın yazı veya zarın tek sayı gelme olasılığını hesaplayınız

Örnek...20 :

Bir madeni para 3 defa atılıyor. Bir ağaç diyagramı çizerek üç paranın tam olarak ikisinin aynı gelme olasılığını hesaplayınız.

Bir deneyin sadece bir çıktısından oluşan kümeye **basit olay**, birden çok çıktısından oluşan kümeye **bileşik olay** denir.

OLASILIK -1

KOŞULLU OLASILIK – BAĞIMSIZ OLAYLAR

DEĞERLENDİRME

- 1) $(X+2)^9$ açılımındaki seçilen terimlerden birinin derecesinin 5 den küçük olmadığı bilindiğine göre, bu terimin derecesinin 7 den büyük olma olasılığı kaçtır?
- 2) $A = \{1,2,3,4,5,6,7\}$ kümesinin alt kümeleri birer karta yazılıp, bir kutuya konuyor. Bu kutudan rastgele bir kart çekiliyor. Çekilen kartta kümenin 4 elemanlı bir küme olduğu bilindiğine göre, bu kümede 4'ün bulunmama olasılığı kaçtır?
- 3) Bir torbadaki yeşil bilyelerin sayısı mavi bilyelerin sayının 2 katıdır. Art arda seçilen iki bilyenin de mavi olma olasılığı %10 ise ilk durumda toplam bilye sayısı kaçtır?
- 4) Bir kutuda büyükleri aynı 4 mavi, 3 kırmızı, 4 sarı bilye vardır. Art arda seçilen üç bilyenin farklı renklerde gelme olasılığı kaçtır?
- 5) Aynı türün kitapları birbirinden farklı olmak koşuluyla 5 matematik, 6 fizik, 3 biyoloji kitabı bir rafa dizilecektir. Fizik kitaplarının bir arada bulunduğu bilindiğine biyoloji kitaplarının da yan yana gelmiş olma olasılığı kaçtır?

- 6) İki zar ve bir para atıldığında zarların toplamın 7 den daha büyük veya paranın yazı gelme olasılığı kaçtır?
- 7) 180 sayısının pozitif bölenlerinden biri seçildiğinde seçilen sayının çift olduğu bilindiğine göre seçilen sayının 4'ün katı olma olasılığı kaçtır?
- 8) 1, 2, 3, 4, 5, 6 rakamlarıyla 3 basamaklı sayılar yazılıyor. Seçilen bir sayının en az iki basamağının aynı olduğu bilindiğine göre sayının 400 den büyük olma olasılığı kaçtır?
- 9) Bir para ve bir zar atılıyor. Bir ağaç diyagramı çizerek paranın tura veya zarda asal sayı gelme olasılığını hesaplayınız.

OLASILIK-2

TEORİK VE DENEYESEL OLASILIK

DENEYESEL OLASILIK

Bir olasılık deneyi sonunda hesaplanan olasılığa denir. Deney yapılır ve çıktılar kayıt edilir. Eğer deneydeki her bir çıktı eş olasılıklı değilse deneysel olasılıktan yararlanılır.

Örnek...1 :

Bir para 30 defa atılmış ve üst yüze gelen sayılar taabloya yazılmıştır.

Üst Yüz	1	2	3	4	5	6
Görölme Sayısı	4	7	4	5	6	4

Buna göre 31. atışta

a) 2 gelme b) tek gelme olasılıklarını hesaplayınız

Örnek...2 :

Hileli bir zar 20 kez atıldığında 3 kez 1, 2 kez 2, 3 kez 3, 2 kez 4, 3 kez 5 ve 7 kez 6 geliyor. Buna göre bu zar atıldığında 5 gelme olasılığı kaçtır?

TEORİK OLASILIK

Bir olasılık deneyinden teorik olarak beklenen olasılığa denir. Genelde şimdiye kadar karşılaştığımız problem tipleridir. İstenen durumların sayısını tespit edip tüm durumlara böleriz. Teorik olasılığın hesaplanmasında her bir çıktının eş olumlu olması gerekir.

Deneysel olasılık değeri, deneme sayısı arttıkça teorik olasılık değerine yaklaşır.

Örnek...3 :

Bir zar atıldığında 3 gelme teorik olasılığı kaçtır?

Örnek...4 :

Bir atıcı, hedefe 8 atış yapmış 5 inde hedefi vurmuştur. Bu atıcının bir sonraki atışında hedefi vuramamasının deneysel olasılık değeri kaçtır?