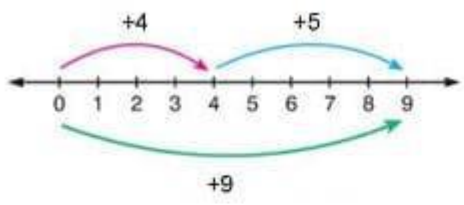
TAM SAYILARLA İŞLEMLER KONU ANLATIMI

TAM SAYILARDA TOPLAMA İŞLEMİ

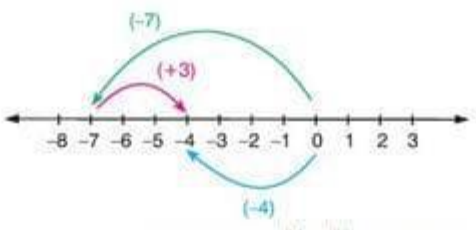
SAYI DOĞRUSUNDA TOPLAMA İŞLEMİ

Sayı doğrusunda toplama işlemi yapılırken toplanan sayılardan birincisinin büyüklüğü kadar sıfırdan başlayarak ok çizilir. Toplanan diğer sayının okunun başlangıç noktası, ilk okun bittiği yerdir. Sayı pozitif ise sağa doğru, negatif ise sola doğru hareket edilir. Sonuç sıfırdan başlanarak sayı doğrusunun altına çizilir.

ÖRNEK: (+4) + (+5) işlemini sayı doğrusunda gösterelim.



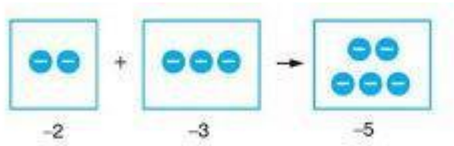
ÖRNEK: (−7) + (+3) işlemini sayı doğrusunda gösterelim.



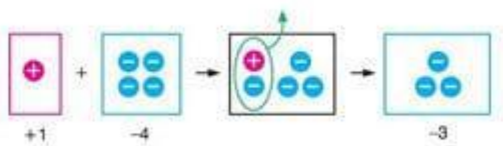
SAYMA PULLARI İLE TAM SAYILARDA TOPLAMA İŞLEMİ

Sayma pullarında (+) pul +1 sayısını, (−) pul −1 sayısını temsil eder.
(+) ve (−) pullunun oluşturduğu çift sıfır kabul edilir.

ÖRNEK: (−2) + (−3) işlemini sayma pulları ile modelleyelim.



ÖRNEK: (+1) + (−4) işlemini sayma pulları ile modelleyelim.



TAM SAYILARLA TOPLAMA İŞLEMİ

Aynı işaretli sayılarda toplama işlemi yapılırken sayıların mutlak değerleri toplanır ve sayıların ortak işareti sonuca verilir.

(−5) + (−7) işleminde sayılar aynı işaretli olduğu için 5 + 7 = 12 bulunur ve ortak işaret olan − sonuca yazılır.

(−5) + (−7) = −12

Ters işaretli sayılarda toplama işlemi yapılırken sayıların mutlak değerleri büyük olanından küçük olanı çıkarılır ve mutlak değeri büyük olan sayının işareti sonuca verilir.

$(-15) + (+8)$ işleminde sayılar ters işaretli olduğu için $15 - 8 = 7$ bulunur ve mutlak değerce büyük olan 15’in işaret olan − sonuca yazılır.

$(-15) + (+8) = -7$

ÖRNEK: $(-9) + (+12)$ işlemini yapalım. Burada $12 > 9$ olduğundan $12-9=3$ bulunur ve 12’nin işareti olan + sonucun işareti olur.

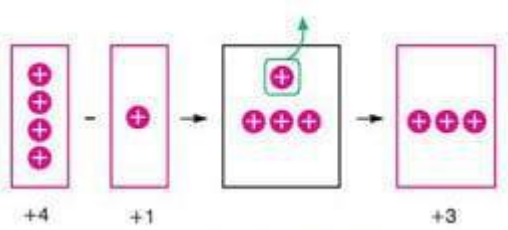
$(-9) + (+12) = +3$

<u>TAM SAYILARDA ÇIKARMA İŞLEMİ</u>

SAYMA PULLARI İLE TAM SAYILARDA ÇIKARMA İŞLEMİ

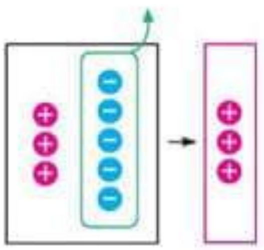
Sayma pullarında (+) pul +1 sayısını, (−) pul −1 sayısını temsil eder.
(+) ve (−) pullunun oluşturduğu çift sıfır kabul edilir. Çıkarma işleminde bizim elimizdeki pullardan istenilen pulları çıkarmamız esastır.

Örnek: $(+4) - (+1)$ işlemini sayma pulları ile modelleyelim.



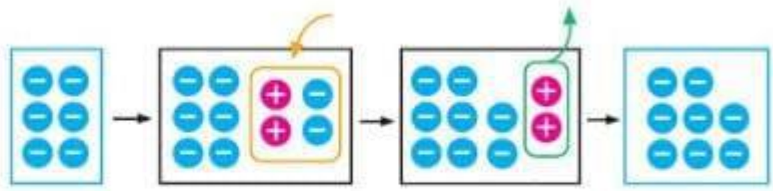
(Elimizde 4 tane (+) pul vardı, bizden bir tane (+) pulu çıkarmamızı istedi biz de çıkardık =)

ÖRNEK: $(-2) - (-5)$ işlemini sayma pulları ile modelleyelim.



(Elimizde 2 tane (−) pul var, bizden 5 tane (−) pul istiyor. Elimizde olmadığı için dışarıdan içinde 3 tane (−) 3 tane (+) pul bulunan 0 Çifti getiriyoruz. Şimdi elimizde 5 (−) ve 3 (+) pul var. Bizden istediği 5 (−) pulu verdik bize kaldı 3 tane (+) pul.)

ÖRNEK: $(-6) - (+2)$ işlemini sayma pulları ile modelleyelim.



(Yukarıdaki örneğe benzer şekilde 6 (−) pulumuz var bizden 2 (+) pul çıkarmamızı istiyor. Dışarıdan içinde 2 (−) ve 2 (+) pul olan sıfır çifti getirdik. Çıkarmamızı istediği 2 (+) pulu çıkardık ve elimizde 8 (−) pul kaldı.)

TAM SAYILARLA ÇIKARMA İŞLEMİ

Tam sayılarla çıkarma işlemi toplama işleminden faydalanarak yapılır. Bildiğiniz gibi:
A − B = C işleminde A sayısına eksilen, B sayısına çıkan, C sayısına fark denir.
Çıkarma işlemi yapılırken çıkan sayının işareti değiştirilir ve çıkarma işlemi toplama işlemine dönüştürülür. Daha sonra toplama işlemi yapılır.

ÖRNEK: (−3) − (+2) işlemini yapalım.

İşlemi toplama işlemine çevirmek için çıkan sayı olan +2’nin işaretini değiştiririz. Daha sonra toplama işlemi yaparız.

> (−3) − (+2)

= (−3) + (−2) *Aynı işaretli sayılarda toplamayı yukarıda öğrenmiştik

= −5

ÖRNEK: (−7) − (−5) işlemini yapalım.

İşlemi toplama işlemine çevirmek için çıkan sayı olan −5’in işaretini değiştiririz. Daha sonra toplama işlemi yaparız.

> (−7) − (−5)

= (−7) + (+5) *Ters işaretli sayılarda toplamayı yukarıda görmüştük.

= −2

ÖRNEK: −8 − 3 işlemini yapalım.

İşlemi toplama işlemine çevirmek için çıkan sayı olan 3’ün işaretini değiştiririz. 3’ün yazmasa bile pozitif bir sayı olduğunu biliyoruz. O yüzden −3’e dönüşür. Daha sonra toplama işlemi yaparız.

> −8 − 3 *Burada çıkan sayı olan 3 sayısı +3’tür. − Burada işareti çıkarma işlemini temsil etmektedir.

= −8 + (−3) *Aynı işaretli sayılarda toplamayı yukarıda öğrenmiştik

= −11

TAM SAYILARDA TOPLAMA İŞLEMİNİN ÖZELLİKLERİ

TOPLAMA İŞLEMİNİN DEĞİŞME ÖZELLİĞİ

Tam sayılarla toplama işlemi yaparken toplanan sayıların yerleri değiştirildiğinde toplam yani sonuç değişmez. Tam sayılarda toplama işleminin bu özelliğine **değişme özelliği** denir.

ÖRNEK: Aşağıdaki işlemleri inceleyecek olursak toplanan sayıların yerlerinin değişmesinin sonucu etkilemediğini görürüz.

3 + 5 = 8

5 + 3 = 8

ÖRNEK:

$7 + (-3) = 4$

$(-3) + 7 = 4$

TOPLAMA İŞLEMİNİN BİRLEŞME ÖZELLİĞİ

Üç veya daha fazla tam sayı ile toplama işlemi yaparken öncelikle hangi sayı çiftinin toplandığının işlem sonucuna bir etkisi yoktur. Tam sayılard toplama işleminin bu özelliğine **birleşme özelliği** denir.

ÖRNEK: 1+2+3 işlemini yapalım. Bu işlemi yaparken önce hangi iki sayıyı topladığımız sonucu etkilemez.

$\mathbf{(1+2)} + 3 \quad | \quad 1 + \mathbf{(2+3)}$

$\mathbf{3} + 3 = 6 \quad | \quad 1 + \mathbf{5} = 6$

Değişme ve birleşme özelliği işlem yaparken pratik yapmamıza yardımcı olabilir.

25 + 89 + 75 işleminde önce 25+75’i yapmak daha sonra 89 eklemek daha kolaydır.

TOPLAMA İŞLEMİNİN ETKİSİZ ELEMANI (BİRİM ELEMAN)

İşleme girdiğinde sonucu değiştirmeyen sayıya **etkisiz eleman** denir. Toplama işleminde bir sayıyı 0 (sıfır) ile topladığımızda sonuç toplanan sayı olur. Bu yüzden **toplama işleminin etkisiz (birim) elemanı sıfırdır**.

$5 + 0 = 5$

$-3 + 0 = -3$

$0 + 7 = 7$

TOPLAMA İŞLEMİNE GÖRE TERS ELEMAN

Bir tam sayı ile toplamı sıfıra eşit olan sayıya o tam sayının **toplama işlemine göre tersi** denir. Yani toplamları 0 olan iki sayı toplama işlemine göre birbirinin tersidir.

ÖRNEK: 5 + (−5) = 0 olduğu için

5’in toplama işlemine göre tersi −5 ‘tir.

−5’in toplama işlemine göre tersi +5 ‘tir.

ÖRNEK:

−32’nin toplama işlemine göre tersi +32’dir.

98’in toplama işlemine göre tersi −98’dir.

TAM SAYILARDA ÇARPMA İŞLEMİ

Kural: Tam sayılarla çarpma işlemi yaparken sayıların mutlak değerleri çarpılır. Aynı işaretli iki tam sayının çarpımı pozitif, ters işaretli iki tam sayının çarpımı negatiftir.

ÖRNEK: Aşağıdaki işlemlerde çarpılan sayılar aynı işaretli olduğu için cevap pozitiftir.

$(+5) \,.\, (+3) = +15$

$(-2) \,.\, (-4) = +8$

$3 \,.\, 7 = 21$

ÖRNEK: Aşağıdaki işlemlerde çarpılan sayılar ters işaretli olduğu için cevap negatiftir.

$(-6) \,.\, (+5) = -30$

$8 \,.\, (-2) = -16$

$-3 \,.\, 3 = -9$

ÇARPMA İŞLEMİNİN ÖZELLİKLERİ

ÇARPMA İŞLEMİNİN DEĞİŞME ÖZELLİĞİ

Çarpılan sayıların yeri değişse de işlemin sonucu değişmediği için **tam sayılarda çarpma işleminin değişme özelliği** vardır.

$5 \,.\, 3 = 3 \,.\, 5$

$(-7) \,.\, 8 = 8 \,.\, (-7)$

BİRLEŞME ÖZELLİĞİ

Üç veya daha fazla tam sayı ile çarpma işlemi yaparken, çarpılan sayılardan herhangi iki tanesini parantezleyerek önce işleme almak sonucu değiştirmediği için **Tam Sayılarda Çarpma İşleminin Birleşme Özelliği** vardır.

1.2.3 işleminde;

(1.2).3 şeklinde önce 1 ile 2'yi çarpıp, sonra çıkan sonucu 3 ile çarpmak,

1.(2.3) şeklinde önce 2 ile 3'ü çarpıp, sonra çıkan sonucu 1 ile çarpmak ile aynıdır.

ÇARPMA İŞLEMİNİN TOPLAMA VE ÇIKARMA ÜZERİNE DAĞILMA ÖZELLİĞİ

Çarpma işlemini toplama ve çıkarma işlemi üzerine dağıtabiliriz.

$-5 \,.\, (100 + 2)$ işleminde parantez dışındaki çarpan olan -5'i içerideki sayılarla sırayla çarparız. Daha sonra içerideki işlem toplama olduğu için çıkan sonuçları toplarız.

$-5 \,.\, (100 + 2)$

$= (-5 \,.\, 100) + (-5 \,.\, 2)$

$= (-500) + (-10)$

$= -510$

Burada **çarpma işleminin toplama üzerine dağılma özelliğini** gördük.

Eğer içerideki işlem çıkarma işlemi olsaydı **çıkarma üzerine dağılma** olacaktı. Dağılma özelliği <u>zihinden işlem yapmamızı</u> çok kolaylaştırır. Örnek verecek olursak:

7 . 98 işlemini ele alalım. 98'in 100'den iki eksik olduğunu biliyoruz.

7 . (100 − 2) şimdi çarpmayı çıkarma üzerine dağıtalım.

= 7 . 100 − 7 . 2

= 700 − 14

= 686 cevabını buluruz.

ÇARPMA İŞLEMİNİN ETKİSİZ ELEMANI (BİRİM ELEMAN)

İşleme girdiğinde sonucu değiştirmeyen sayıya **etkisiz eleman** denir. Çarpma işleminde bir sayıyı 1 (bir) ile çarptığımızda sonuç çarpılan sayı olur. Bu yüzden **çarpma işleminin etkisiz (birim) elemanı 1'dir**.

− 23 . 1 = − 23

458 . 1 = 458

ÇARPMA İŞLEMİNİN YUTAN ELEMANI

Hangi sayıyla işleme girerse girsin sonuç kendisi olan sayıya **yutan eleman** denir. Çarpma işleminde her sayının 0 (sıfır) ile çarpımı sıfıra eşittir. Bu yüzden **çarpma işleminin yutan elemanı 0'dır.**

− 45 . 0 = 0

985 . 0 = 0

TAM SAYILARDA BÖLME İŞLEMİ

Kural: Tam sayılarla bölme işlemi yapılırken sayıların mutlak değerleri birbirine bölünür. Aynı işaretli iki tam sayının bölümü pozitif, ters işaretli iki tam sayının bölümü negatiftir.

ÖRNEK: Aşağıdaki işlemlerde bölünen sayılar aynı işaretli olduğu için cevap pozitiftir.

(+15) : (+3) = + 5

(− 12) : (− 4) = + 3

21 : 7 = 3

ÖRNEK: Aşağıdaki işlemlerde bölünen sayılar ters işaretli olduğu için cevap negatiftir.

(− 16) : (+4) = − 4

8 : (− 2) = − 4

−3 : 3 = − 1

NOT: Sıfırdan farklı bir tam sayı −1 ile çarpıldığında veya −1'e bölündüğünde işareti değişir.

ÖRNEK: −1'in çarpmadaki ve bölmedeki etkisini inceleyelim.

45 . −1 = −45

12 : −1 = −12

−5 . −1 = + 5

−3 : −1 = +3

İŞLEM ÖNCELİĞİ

İşlem yaparken hangi işlemi önce yapacağımızı aşağıdaki sıraya göre belirleriz:

√ Önce üs alma işlemi yapılır

√ Sonra parantez içindeki işlemler yapılır

√ Daha sonra ÇARPMA veya BÖLME işlemi yapılır

√ Son olarak TOPLAMA veya ÇIKARMA işlemi yapılır

√ Birbirine göre önceliği olmayan işlemlerde (Çarpma ve bölmenin, toplama ve çıkarmanın birbirine göre üstünlüğü yoktur) işlem sırası soldan sağa doğru takip edilir.

TAM SAYILARIN KUVVETİ

a tam sayısını n kere kendisi ile çarpma işlemi: **a.a.a.a….a.a.a = a^n** şeklinde gösterilir.

a^n sayısı **a'nın n. kuvveti** veya **a üssü n** olarak okunur. (Burada a'ya taban, n'ye üs veya kuvvet denir)
Bir sayının kendisi ile tekrarlı çarpımına o sayının kuvveti diyoruz. Bir sayıyı tekrarlı çarparak bu işlemin sonucunu bulmaya ise kuvvet alma diyoruz.

ÖRNEK:

$5.5.5=5^3$

(3 tane 5'in yan yana çarpılması, 5 üssü 3 veya 5'in 3. kuvveti diye okunur.)

$(-7).(-7).(-7).(-7)=(-7)^4$

(4 tane −7'nin tekrarlı çarpımı, −7 üssü 4 veya −7'nin 4. kuvveti diye okunur.)

NOT: Bir sayının 2. kuvvetine o sayının karesi, 3. kuvvetine ise o sayının küpü denir.

ÖRNEK: 2^3 sayısını "2'nin küpü" olarak okuyabiliriz. 3^2 sayısını da "3'ün karesi" olarak okuyabiliriz.

POZİTİF SAYILARIN KUVVETLERİ

Pozitif bir sayının bütün kuvvetleri pozitiftir.

$7^2 = 49$

$3^4 = 81$

SIFIRIN POZİTİF KUVVETLERİ

Sıfırın pozitif kuvvetleri 0'a eşittir.

$0^1 = 0$

$0^2 = 0.0 = 0$

$0^{25} = 0$

1’İN KUVVETLERİ

1’in bütün kuvvetleri 1’dir.

$1^1 = 1$

$1^{32} = 1$

NEGATİF SAYILARIN KUVVETLERİ

Negatif bir sayının çift kuvvetleri pozitif, tek kuvvetleri negatiftir.

$(-2)^2 = (-2).(-2) = +4$ (üssü çift sayı olduğu için cevap pozitiftir)

$(-2)^3 = (-2).(-2).(-2) = -8$ (üssü tek sayı olduğu için cevap negatiftir)

NEGATİF SAYILARIN ÜSLERİNDE PARANTEZİN ÖNEMİ

Negatif bir sayının üssü alınırken en çok karşımıza çıkan veya çıkacak sorun da parantezdir. Şimdi parantez içindeki ve parantez olmadan iki sayının üssünü bir örnekle inceleyelim.

-2^4 ve $(-2)^4$ arasındaki farkı görelim

-2^4 demek 2’yi 4 kere çarp başına (−) koy ile aynı şeydir. $-2^4 = -2.2.2.2 = -16$

$(-2)^4$ ise −2’yi 4 kere çarp demektir. $(-2)^4 = (-2).(-2).(-2).(-2) = +16$

Görüldüğü gibi ilki −16’ya ikincisi +16’ya eşittir. Buna dikkat etmeliyiz.

−1’İN KUVVETLERİ

−1’in tek kuvvetleri −1, çift kuvvetleri +1’dir.

$(-1)^{1453} = -1$

$(-1)^{2016} = +1$

BİR SAYININ SIFIRINCI KUVVETİ

Sıfırdan farklı bir sayının sıfırıncı üssü 1’e eşittir.

$2^0 = 1$

$(-5)^0 = 1$

SIFIR ÜSSÜ SIFIR (SIFIRIN SIFIRINCI KUVVETİ)

Sıfır üzeri sıfır belirsizdir. Değeri belirli değildir.

0^0 belirsizdir.

10’UN KUVVETLERİ

$10^0 = 1$

$10^1 = 10$

$10^2 = 100$

$10^3 = 1000$

…

Yukarıda da görüldüğü gibi 10'un üzerindeki doğal sayı kaç ise 1'in yanına o kadar 0 koyarız.

10^{25} = 1000….000 (1'in yanına 25 tane 0 yazarız)